

Università di Roma



Perché l'Algebra?

Franco Ghione
ghione@mat.uniroma2.it

L'enigma dei 17 cammelli



Un visir dispone che alla sua morte i suoi beni siano divisi tra i suoi tre figli nel modo seguente:

1. Al figlio maggiore la metà dei beni **1/2**
2. Al figlio di età intermedia un terzo dei beni **1/3**
3. Al figlio più piccolo un nono dei suoi beni **1/9**

Quando il visir muore i suoi beni ammontano a **17** cammelli.

L'enigma dei 17 cammelli



Un visir dispone che alla sua morte i suoi beni siano divisi tra i suoi tre figli nel modo seguente:

1. Al figlio maggiore la metà dei beni **1/2**
2. Al figlio di età intermedia un terzo dei beni **1/3**
3. Al figlio più piccolo un nono dei suoi beni **1/9**

Quando il visir muore i suoi beni ammontano a **17** cammelli.

Il matematico aggiunge il suo cammello che così diventano **18**

L'enigma dei 17 cammelli



Un visir dispone che alla sua morte i suoi beni siano divisi tra i suoi tre figli nel modo seguente:

1. Al figlio maggiore la metà dei beni $\frac{1}{2}$ 9
2. Al figlio di età intermedia un terzo dei beni $\frac{1}{3}$
3. Al figlio più piccolo un nono dei suoi beni $\frac{1}{9}$

Quando il visir muore i suoi beni ammontano a **17** cammelli.

Il matematico aggiunge il suo cammello che così diventano **18**

L'enigma dei 17 cammelli



Un visir dispone che alla sua morte i suoi beni siano divisi tra i suoi tre figli nel modo seguente:

1. Al figlio maggiore la metà dei beni $\frac{1}{2}$ 9
2. Al figlio di età intermedia un terzo dei beni $\frac{1}{3}$ 6
3. Al figlio più piccolo un nono dei suoi beni $\frac{1}{9}$

Quando il visir muore i suoi beni ammontano a **17** cammelli.

Il matematico aggiunge il suo cammello che così diventano **18**

L'enigma dei 17 cammelli



Un visir dispone che alla sua morte i suoi beni siano divisi tra i suoi tre figli nel modo seguente:

- | | | |
|--|------------|----------|
| 1. Al figlio maggiore la metà dei beni | 1/2 | 9 |
| 2. Al figlio di età intermedia un terzo dei beni | 1/3 | 6 |
| 3. Al figlio più piccolo un nono dei suoi beni | 1/9 | 2 |

Quando il visir muore i suoi beni ammontano a **17** cammelli.

Il matematico aggiunge il suo cammello che così diventano **18**

L'enigma dei 17 cammelli



Un visir dispone che alla sua morte i suoi beni siano divisi tra i suoi tre figli nel modo seguente:

- | | | |
|--|------------|----------|
| 1. Al figlio maggiore la metà dei beni | 1/2 | 9 |
| 2. Al figlio di età intermedia un terzo dei beni | 1/3 | 6 |
| 3. Al figlio più piccolo un nono dei suoi beni | 1/9 | 2 |

Quando il visir muore i suoi beni ammontano a **17** cammelli.

Il matematico aggiunge il suo cammello che così diventano **18**

$$9 + 6 + 2 = 17$$

Baghdad

(La città della pace)

Costruita in tre anni dal califfo Giafar al-Mansūr (VIII secolo)



Egli [al-Manṣūr] ha scritto a tutti i paesi perché inviino artigiani e muratori, e ha ordinato che vengano scelti uomini eminenti, giusti, informati in giurisprudenza, onesti e che conoscano la geometria.

Baghdad

(La città della pace)

Costruita in tre anni dal califfo Giafar al-Mansūr (VIII secolo)



La straordinaria Stanza dell'Albero all'interno del palazzo del califfo viene descritta dallo storico al-Khatib (XI secolo)

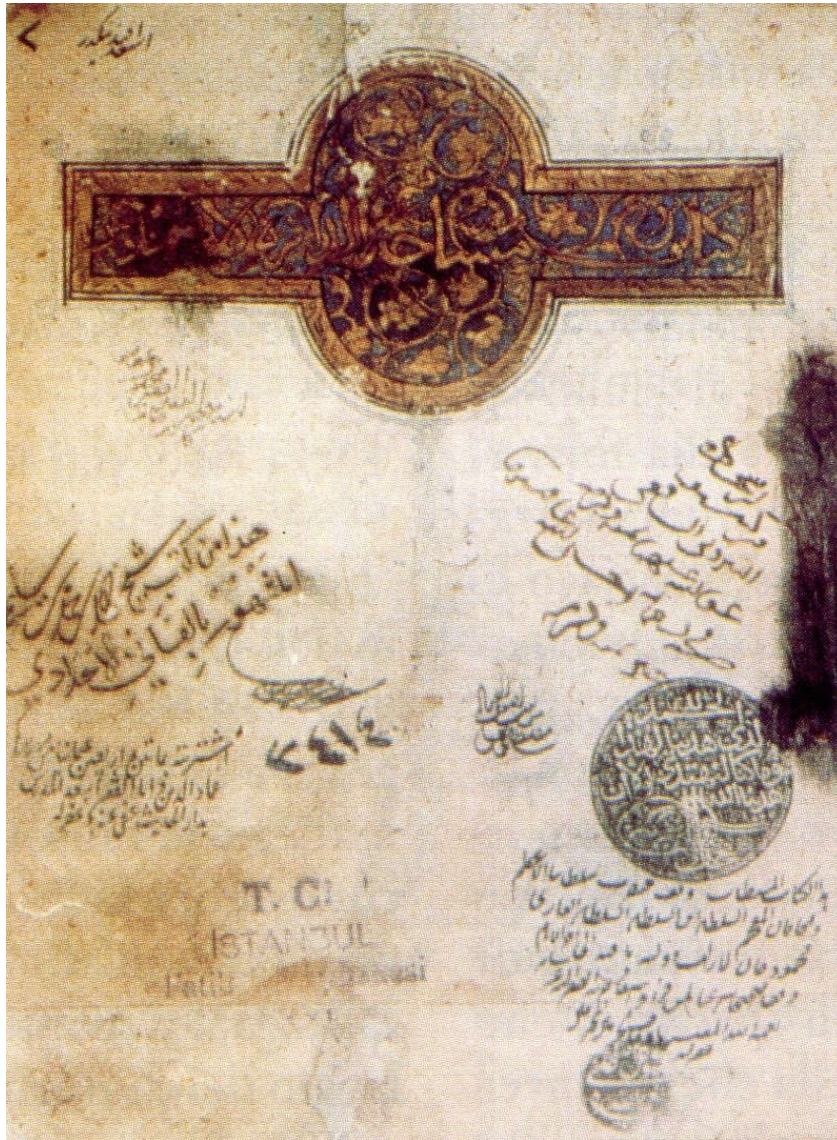
La casa della sapienza

Istituita a Baghdad dal califfo al-Ma'mūn (830 d.C.)



Diventa il centro culturale di tutto l'immenso impero arabo.

Lo storico antico al-Nadīm (X secolo) narra di un incontro in sogno di al-Ma'mūn con Aristotele.



Qustā ibn Lūqā (IX secolo)
Frontespizio della *Misura del cerchio*
di Archimede - Codice del IX secolo (Istanbul)

Traduzioni

(IX secolo)

Euclide: *Elementi* (tradotto più volte)

Ottica

Data

Archimede: *La sfera e il cilindro*

L'equilibrio dei piani

La misura del cerchio

Tolomeo: *Almagest* (tradotto più volte),

Ottica

Geografia

Planetarium

Traduzioni

(IX secolo)

Apollonio: *Coniche*

Degli 8 libri di cui parla Pappo vengono tradotti in arabo i primi 7.

In greco ci restano i primi 4

editati con commenti da Eutocio

Diofanto: *Aritmetica (13 libri di cui 6 in greco)*

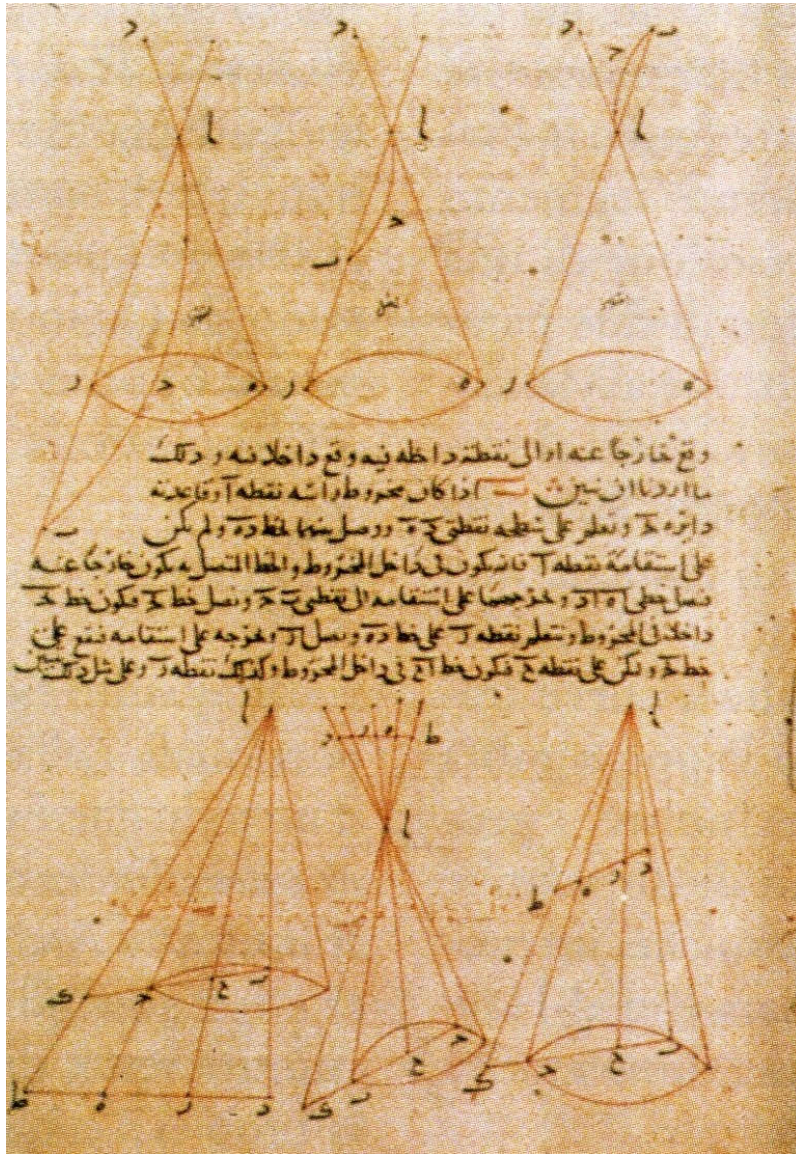
Vengono tradotti 7 libri : i primi 3 corrispondono all'originale greco mentre i libri IV,V,VI dell'edizione greca sembra non siano stati tradotti

Erone

Teodosio

Menelao

Aristarco di Samo



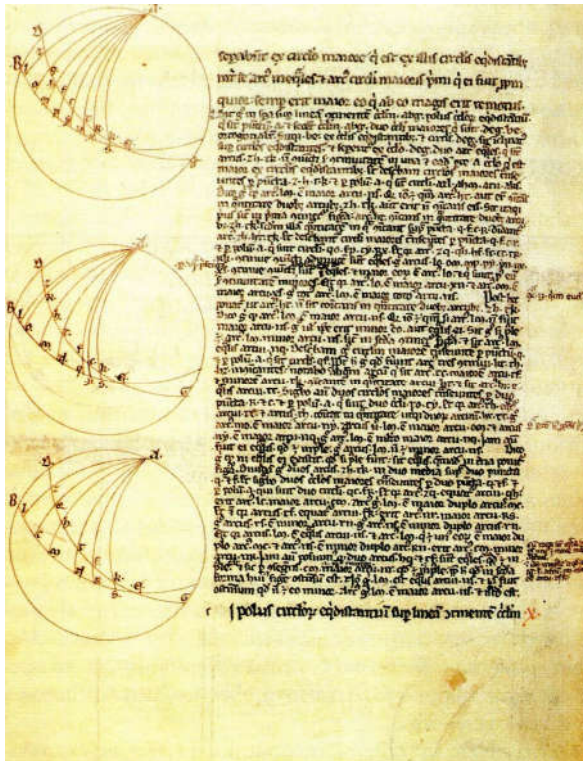
Thābit ibn Qurra (IX secolo)

Una pagina di un codice contenete

le coniche (Istanbul, Topkapi Library)

Traduzioni dall'arabo al latino

(in Spagna, Portogallo, Sicilia XII secolo)



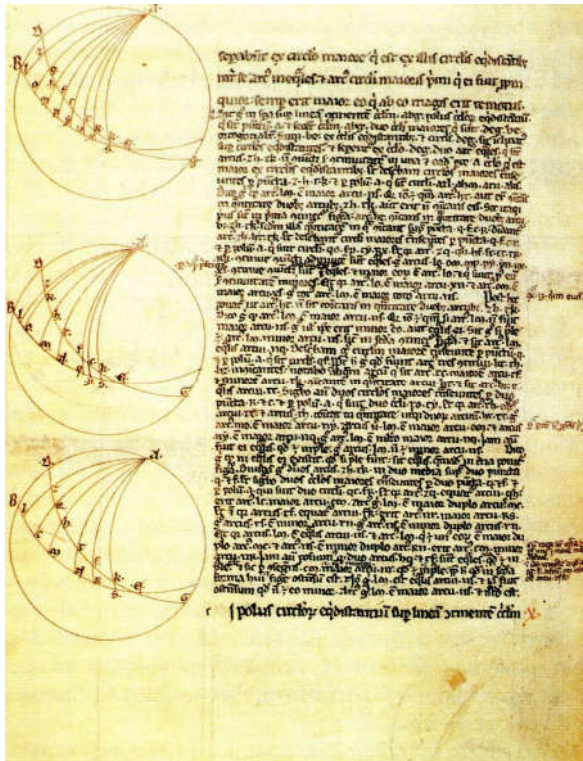
Inizia un gigantesco lavoro di traduzioni in latino di opere greche (e non solo), a partire dall'arabo. Vengono tradotti testi di

filosofia, logica, astronomia, medicina, ottica e matematica.

Una traduzione dall'arabo al latino delle *Sphaerica* di Teodosio
Da un codice arabo del XIII secolo (Oxford)

Traduzioni dall'arabo al latino

(in Spagna, Portogallo, Sicilia XII secolo)



Una traduzione dall'arabo al latino delle *Sphaerica* di Teodosio
Da un codice arabo del XIII secolo (Oxford)

Inizia un gigantesco lavoro di traduzioni in latino di opere greche (e non solo), a partire dall'arabo. Vengono tradotti testi di

filosofia, logica, astronomia, medicina, ottica e matematica.

Tra i maggiori traduttori ricordiamo:

Gherardo da Cremona (circa 90 opere tradotte)

Adelardo di Bath (britannico)

Giovanni da Siviglia (spagnolo)

Ermanno di Carinzia (croato)

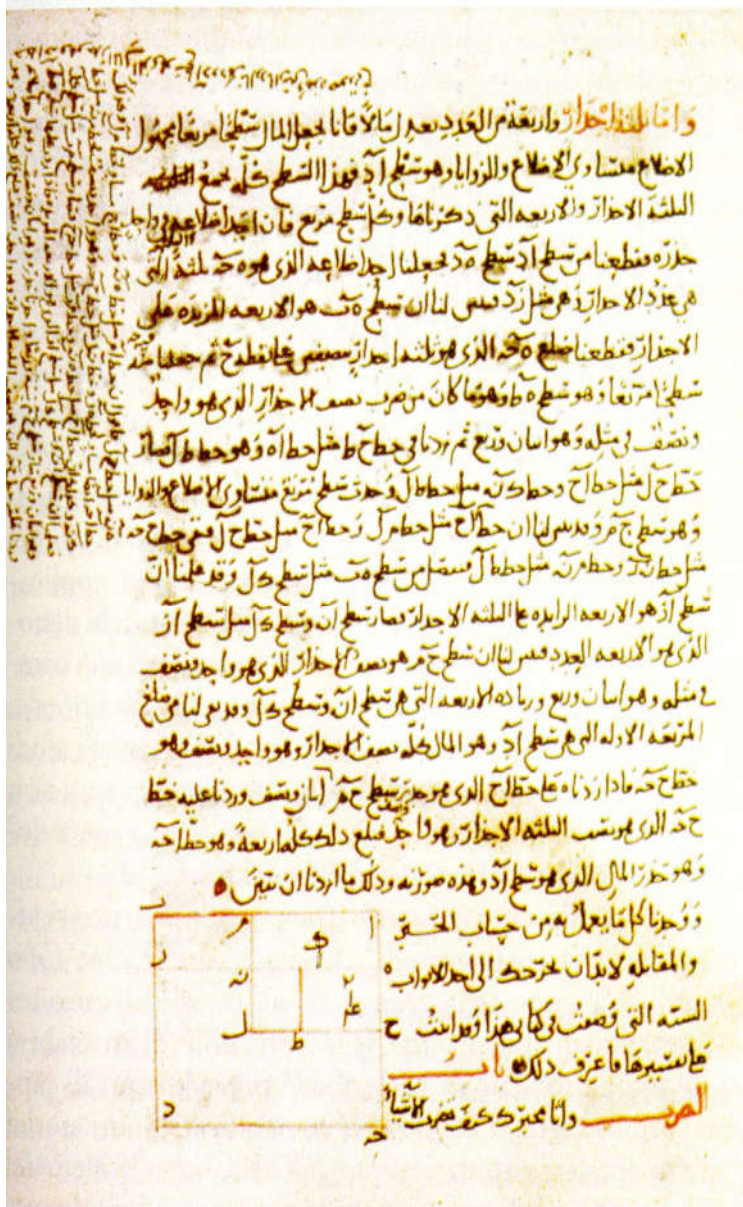
Muhammad ibn Mūsā al-Khwārizmī (780-850)

Kitāb al-jam' w'al-tafrīq (Libro sull'addizione e sottrazione)
(Perduto)

Kitāb al-hisāb al-Hindi (Libro sul calcolo indiano)
(Perduta anche la traduzione latina *De numero indorum*)

Algorismi latini

Kitāb al-Jabr wa al-muqābala, (libro d'algebra e di al-muqabala)
scritto tra 813 e l'833



Una pagina del *al-Jabr e al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

al-Khwārizmī (780-850)

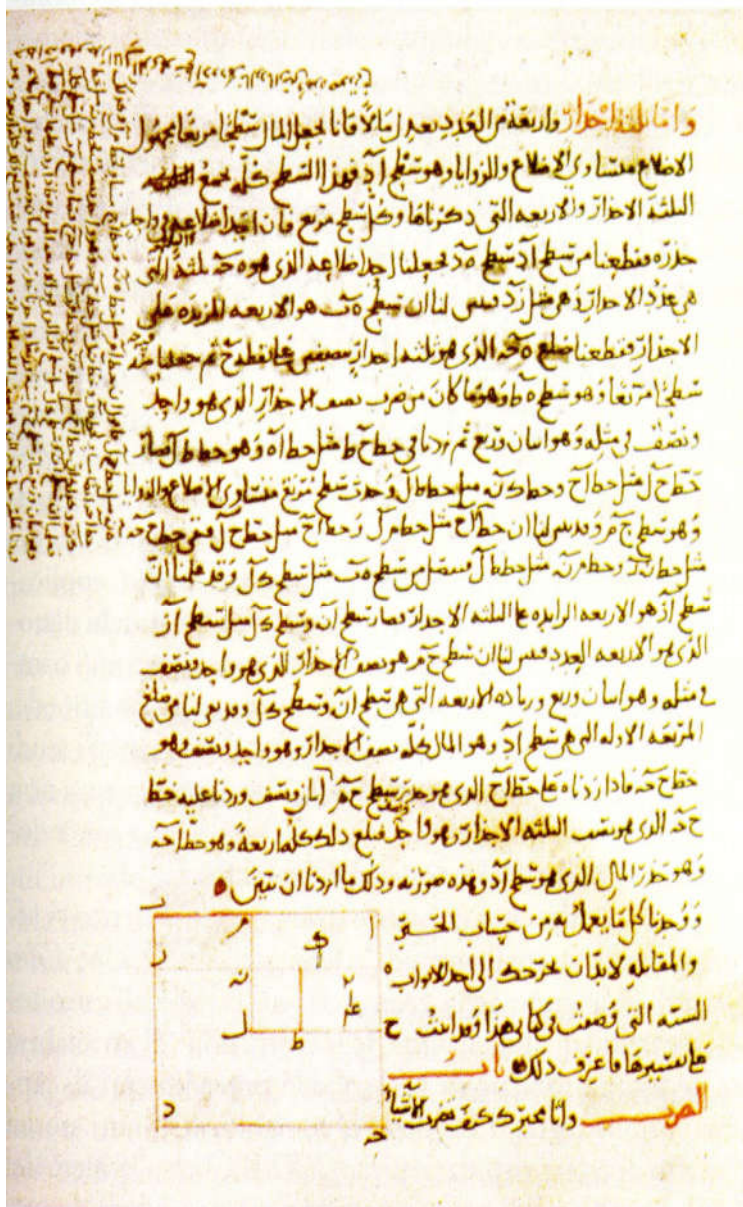
Tre traduzioni latine:

Gherardo da Cremona (ca 1170)

*Liber Maumeti filli Moysi Alchoarismi
de algebra et almuchabala*

Roberto di Chester (ca. 1145)

Guglielmo di Lunis (XIII secolo)



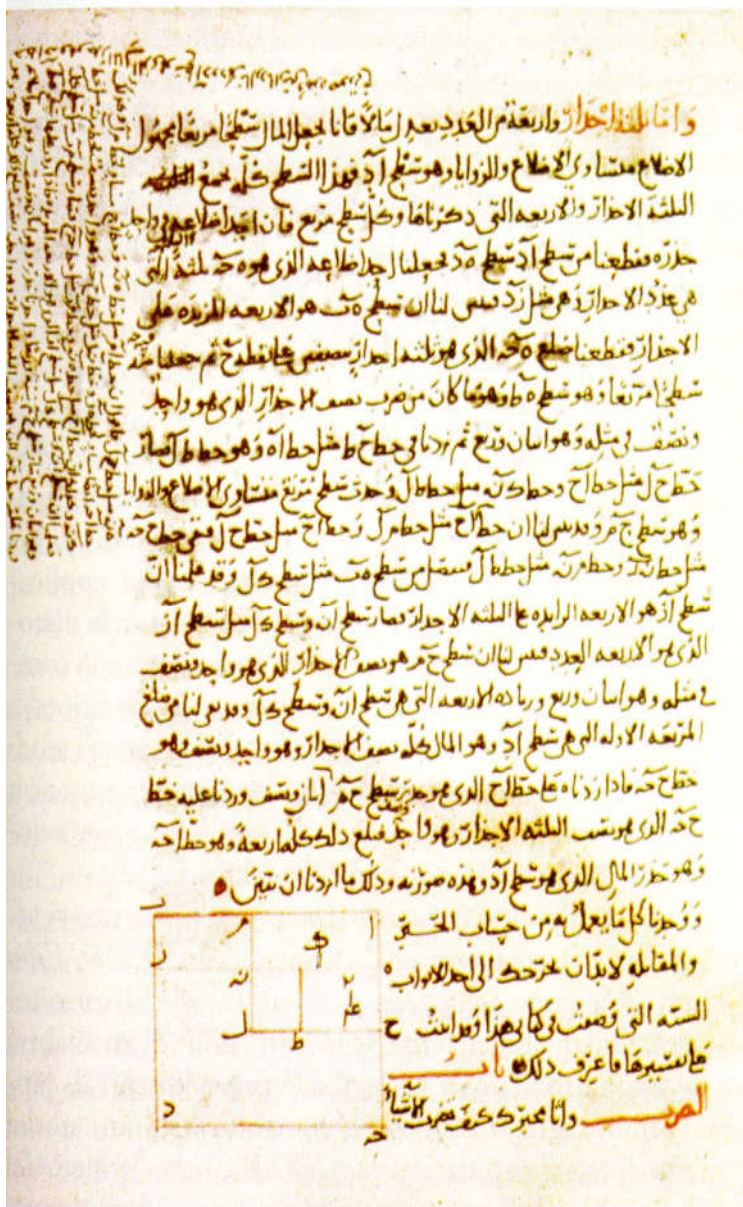
Una pagina del *al-Jabr e al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

al-Khwārizmī (780-850)

E' il primo libro che noi abbiamo nel quale l'algebra prende forma come disciplina in se definendo:

i suoi **termini primitivi** $(1, x, x^2)$



Una pagina del *al-Jabr e al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

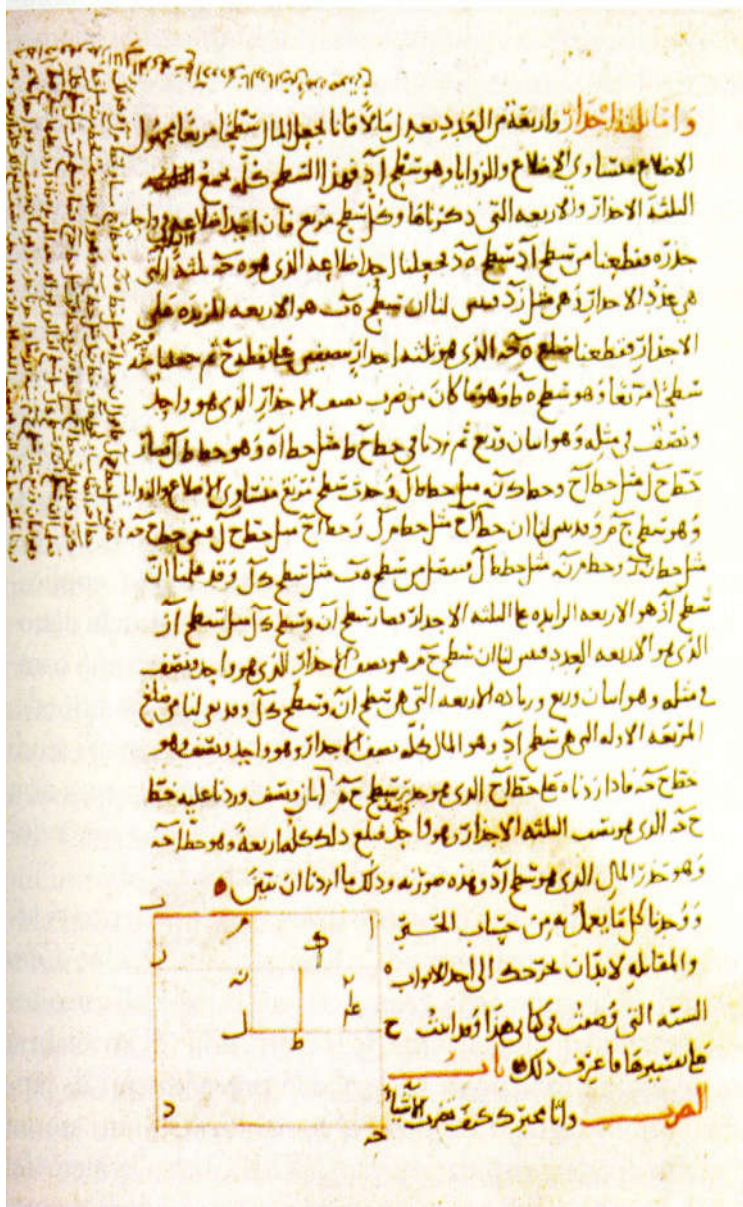
Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

al-Khwārizmī (780-850)

E' il primo libro che noi abbiamo nel quale l'algebra prende forma come disciplina in se definendo:

i suoi **termini primitivi** ($1, x, x^2$)

i suoi **oggetti di studio** (le equazioni)



Una pagina del *al-Jabr e al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

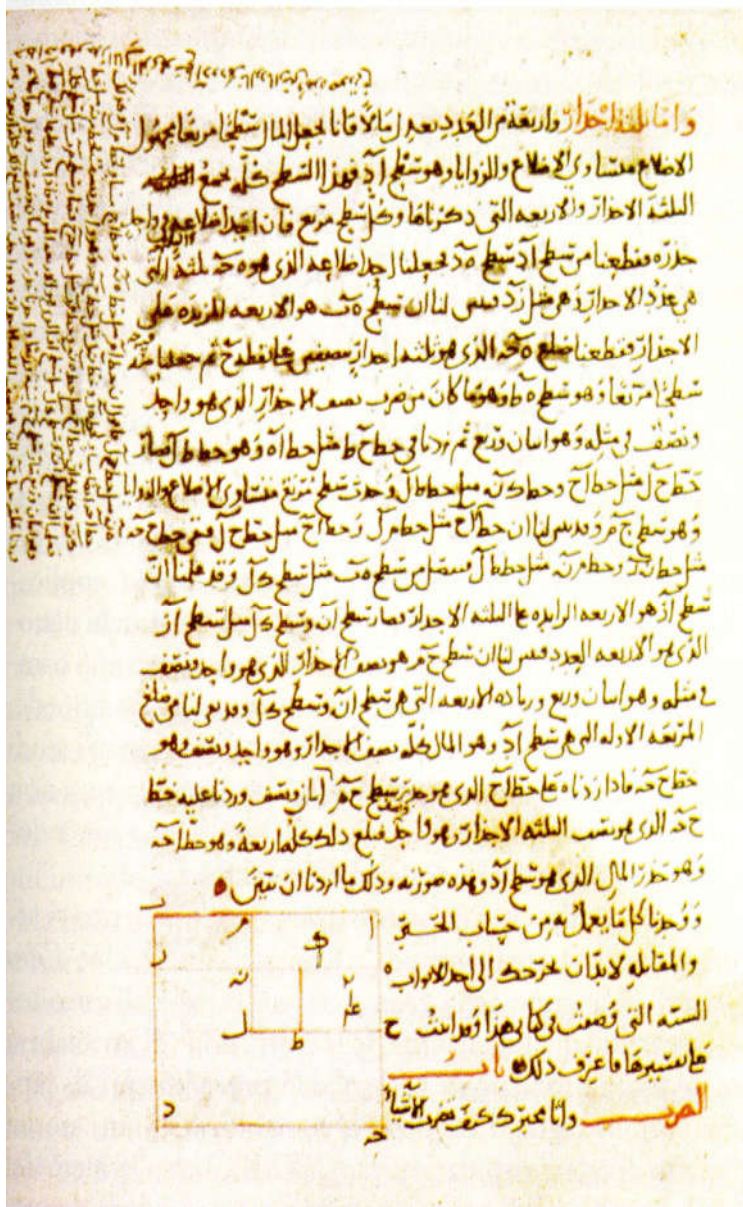
al-Khwārizmī (780-850)

E' il primo libro che noi abbiamo nel quale l'algebra prende forma come disciplina in se definendo:

i suoi **termini primitivi** ($1, x, x^2$)

i suoi **oggetti di studio** (le equazioni)

le sue **tecniche dimostrative** (geometriche)



Una pagina del *al-Jabr e al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

al-Khwārizmī (780-850)

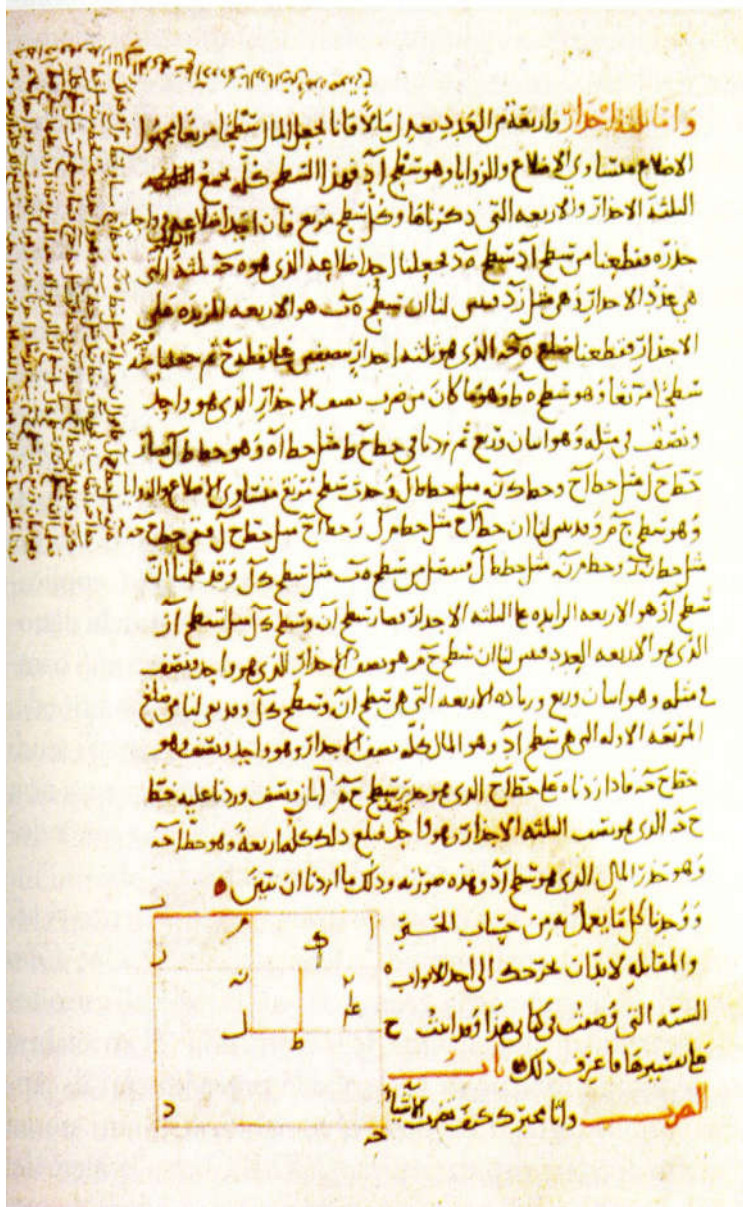
E' il primo libro che noi abbiamo nel quale l'algebra prende forma come disciplina in se definendo:

i suoi **termini primitivi** ($1, x, x^2$)

i suoi **oggetti di studio** (le equazioni)

le sue **tecniche dimostrative** (geometriche)

le sue **applicazioni** (all'aritmetica, alla geometria, al commercio, al calcolo delle obbligazioni)



Una pagina del *al-Jabr e al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

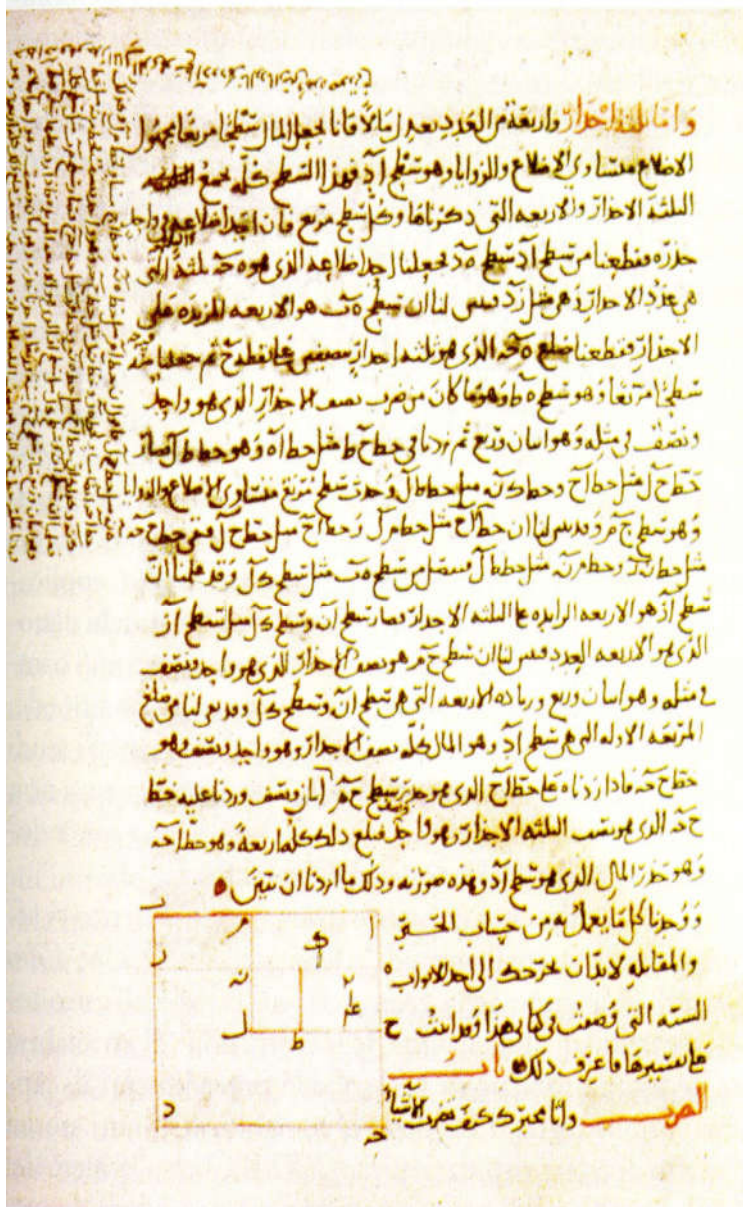
Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

al-Khwārizmī (780-850)

Le prime parole dell'algebra e la loro etimologia

al-jabr = restaurare, aggiustare, riparare

geber, arcibra, alcibra, argebra, arzibra infine *algebra*



Una pagina del *al-Jabr e al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

al-Khwārizmī (780-850)

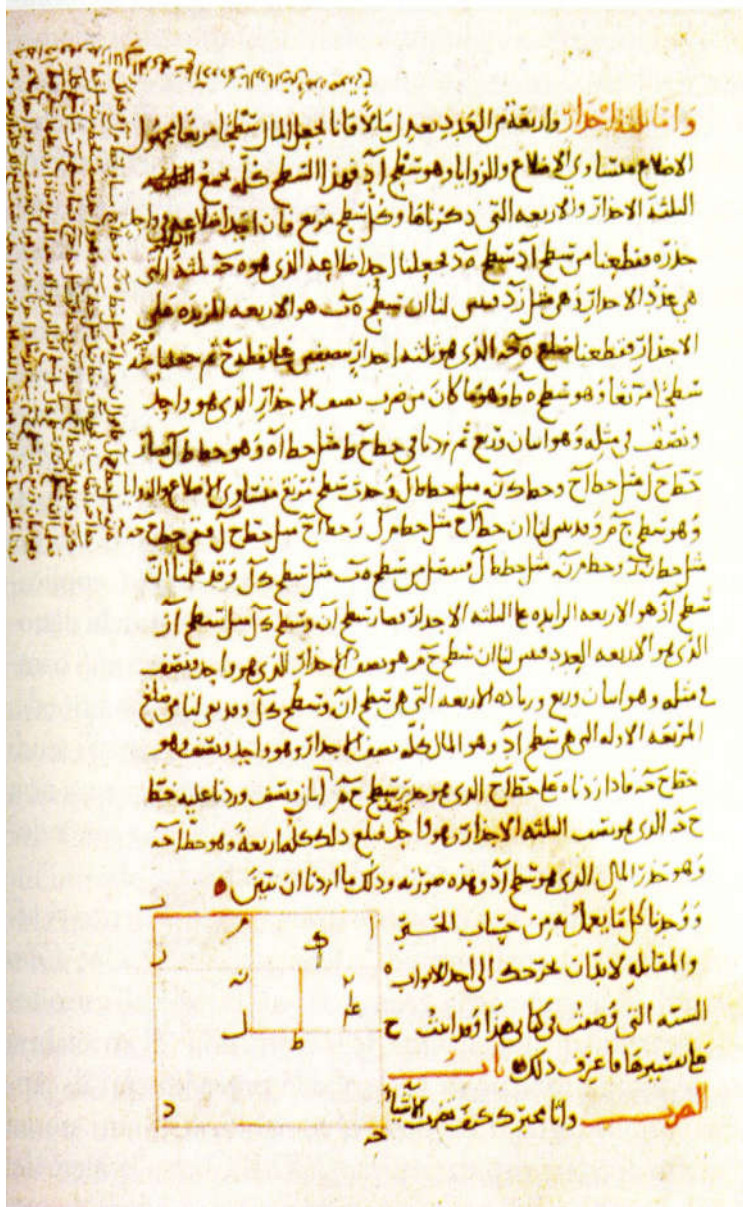
Le prime parole dell'algebra e la loro etimologia

al-jabr = restaurare, aggiustare, riparare

geber, arcibra, alcibra, argebra, arzibra infine *algebra*

(i termini preceduti dal segno meno venivano chiamati *naquis* cioè termini tolti, amputati e l'equazione doveva essere aggiustata)

$$2x^2 = 5x^2 - 3x + 1$$



Una pagina del *al-Jabr e al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

al-Khwārizmī (780-850)

Le prime parole dell'algebra e la loro etimologia

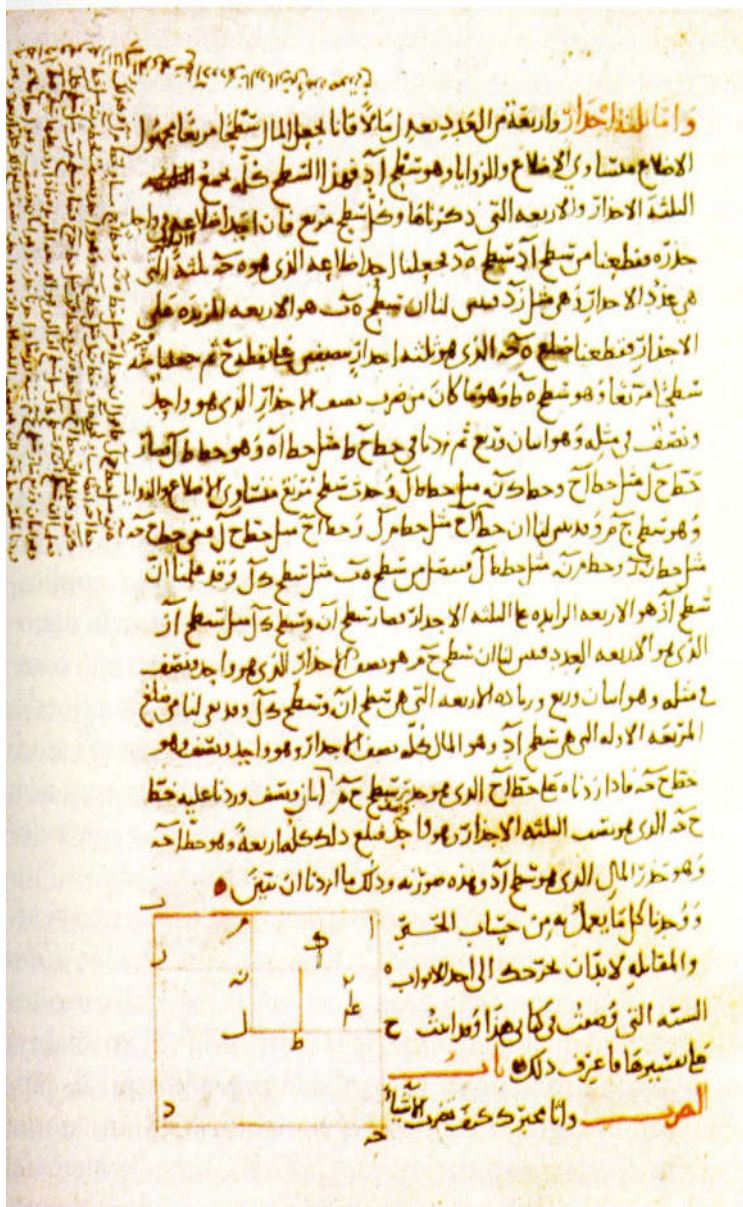
al-jabr = restaurare, aggiustare, riparare

geber, arcibra, alcibra, argebra, arzibra infine *algebra*

(i termini preceduti dal segno meno venivano chiamati *naqis* cioè termini tolti, amputati e l'equazione viene aggiustata)

$$2x^2 = 5x^2 - 3x + 1$$

$$2x^2 + 3x = 5x^2 - 3x + 3x + 1$$



Una pagina del *al-Jabr e al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

al-Khwārizmī (780-850)

Le prime parole dell'algebra e la loro etimologia

al-jabr = restaurare, aggiustare, riparare

geber, arcibra, alcibra, argebra, arzibra infine *algebra*

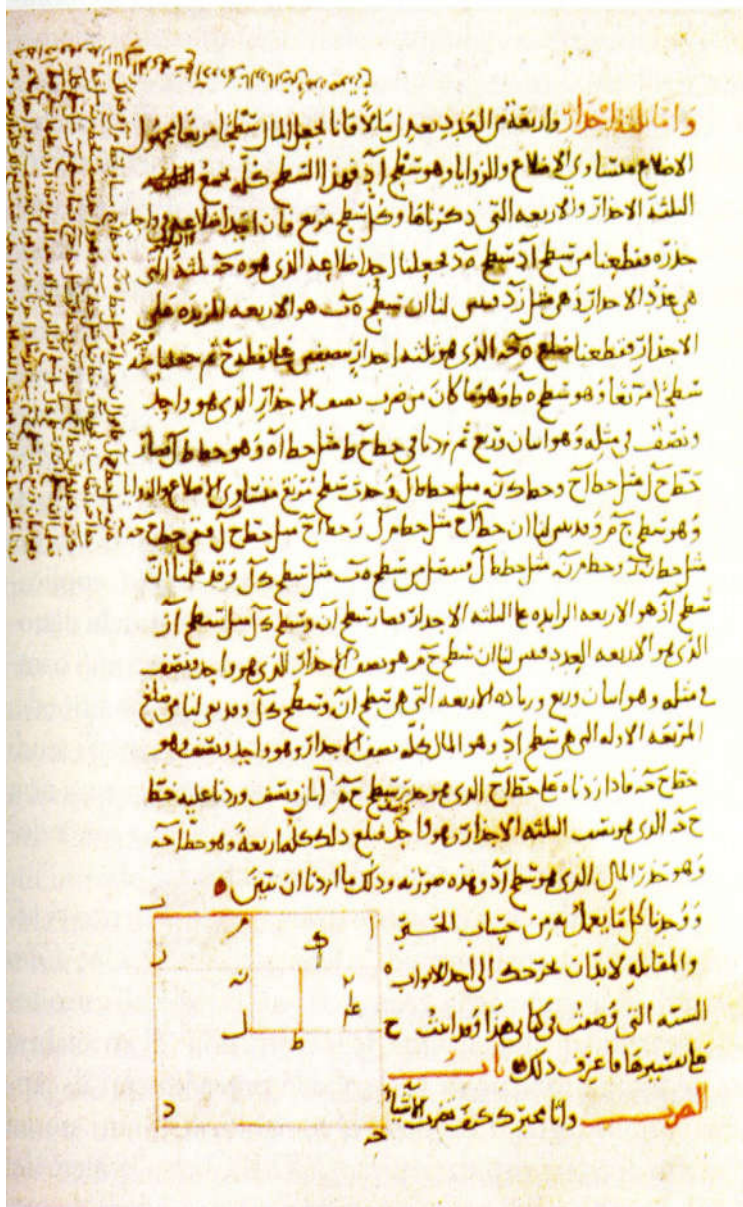
(i termini preceduti dal segno meno venivano chiamati *naquis* cioè termini tolti, amputati e l'equazione viene aggiustata)

$$2x^2 = 5x^2 - 3x + 1$$

$$2x^2 + 3x = 5x^2 - 3x + 3x + 1$$

$$2x^2 + 3x = 5x^2 + 1$$

Ora l'equazione ha solo termini positivi.



Una pagina del *al-Jabr e al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

al-Khwārizmī (780-850)

Le prime parole dell'algebra e la loro etimologia

al-jabr = restaurare, aggiustare, riparare

geber, arcibra, alcibra, argebra, arzibra infine *algebra*

(i termini preceduti dal segno meno venivano chiamati *naquis* cioè termini tolti, amputati e l'equazione viene aggiustata)

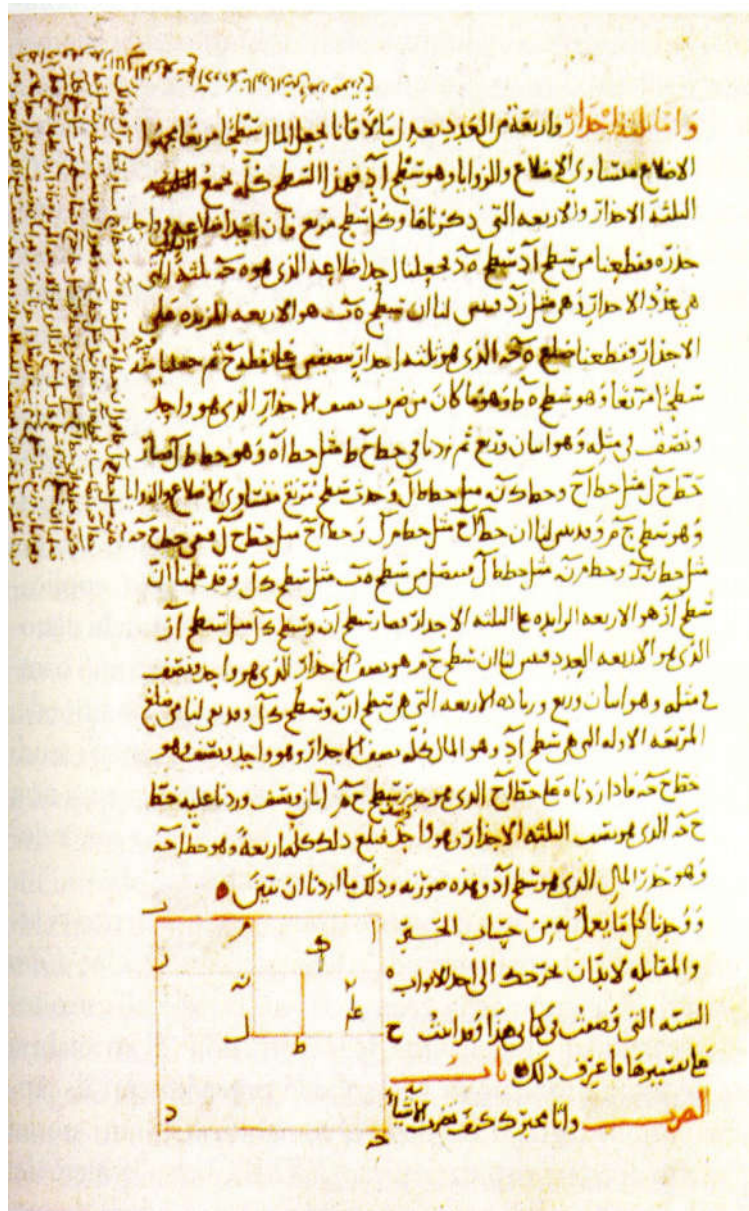
$$2x^2 = 5x^2 - 3x + 1$$

$$2x^2 + 3x = 5x^2 - 3x + 3x + 1$$

$$2x^2 + 3x = 5x^2 + 1$$

Ora l'equazione ha solo termini positivi.

al-muqābala = porre accanto, confrontare



Una pagina del *al-Jabr* e *al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

al-Khwārizmī (780-850)

Le prime parole dell'algebra e la loro etimologia

al-jabr = restaurare, aggiustare, riparare

geber, arcibra, alcibra, argebra, arzibra infine *algebra*

(i termini preceduti dal segno meno venivano chiamati *naquis* cioè termini tolti, amputati e l'equazione viene aggiustata)

$$2x^2 = 5x^2 - 3x + 1$$

$$2x^2 + 3x = 5x^2 - 3x + 3x + 1$$

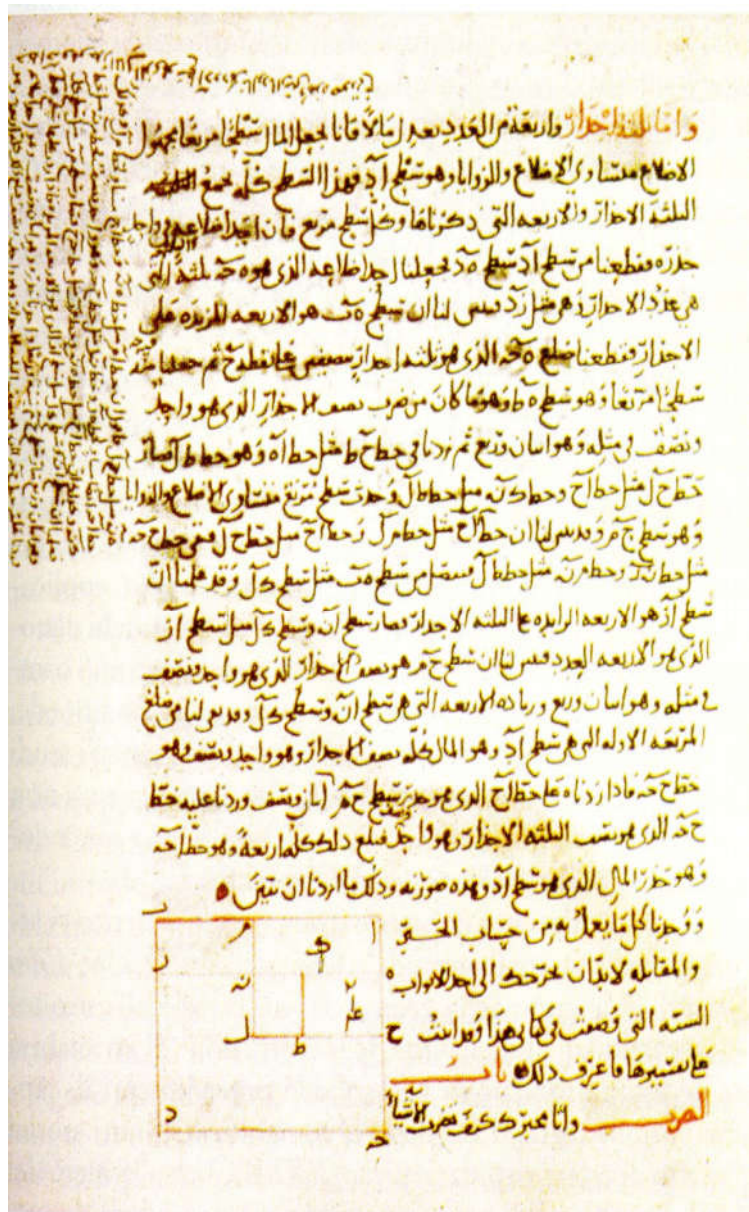
$$2x^2 + 3x = 5x^2 + 1$$

Ora l'equazione ha solo termini positivi.

al-muqābala = porre accanto, confrontare

(2 termini simili in membri diversi vengono messi vicini sottraendo il maggiore dal minore)

$$2x^2 + 3x = 5x^2 + 1$$



Una pagina del *al-Jabr* e *al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

al-Khwārizmī (780-850)

Le prime parole dell'algebra e la loro etimologia

al-jabr = restaurare, aggiustare, riparare

geber, arcibra, alcibra, argebra, arzibra infine *algebra*

(i termini preceduti dal segno meno venivano chiamati *naquis* cioè termini tolti, amputati e l'equazione viene aggiustata)

$$2x^2 = 5x^2 - 3x + 1$$

$$2x^2 + 3x = 5x^2 - 3x + 3x + 1$$

$$2x^2 + 3x = 5x^2 + 1$$

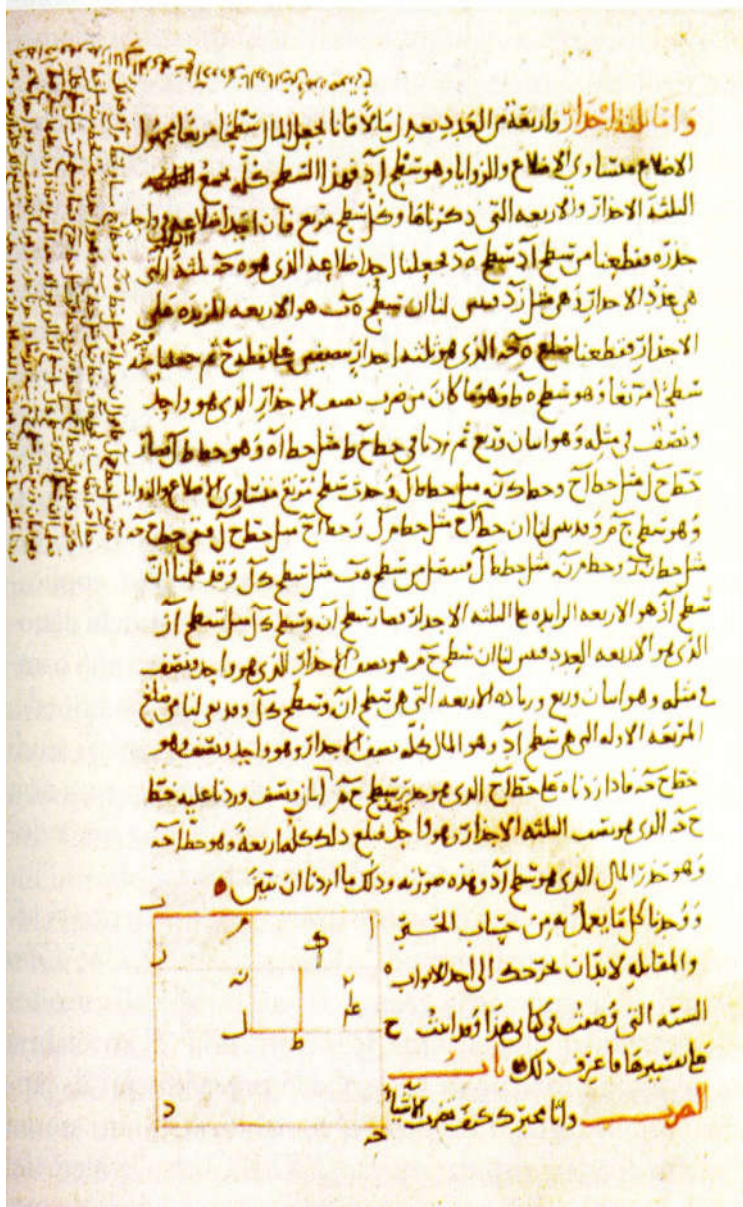
Ora l'equazione ha solo termini positivi.

al-muqābala = porre accanto, confrontare

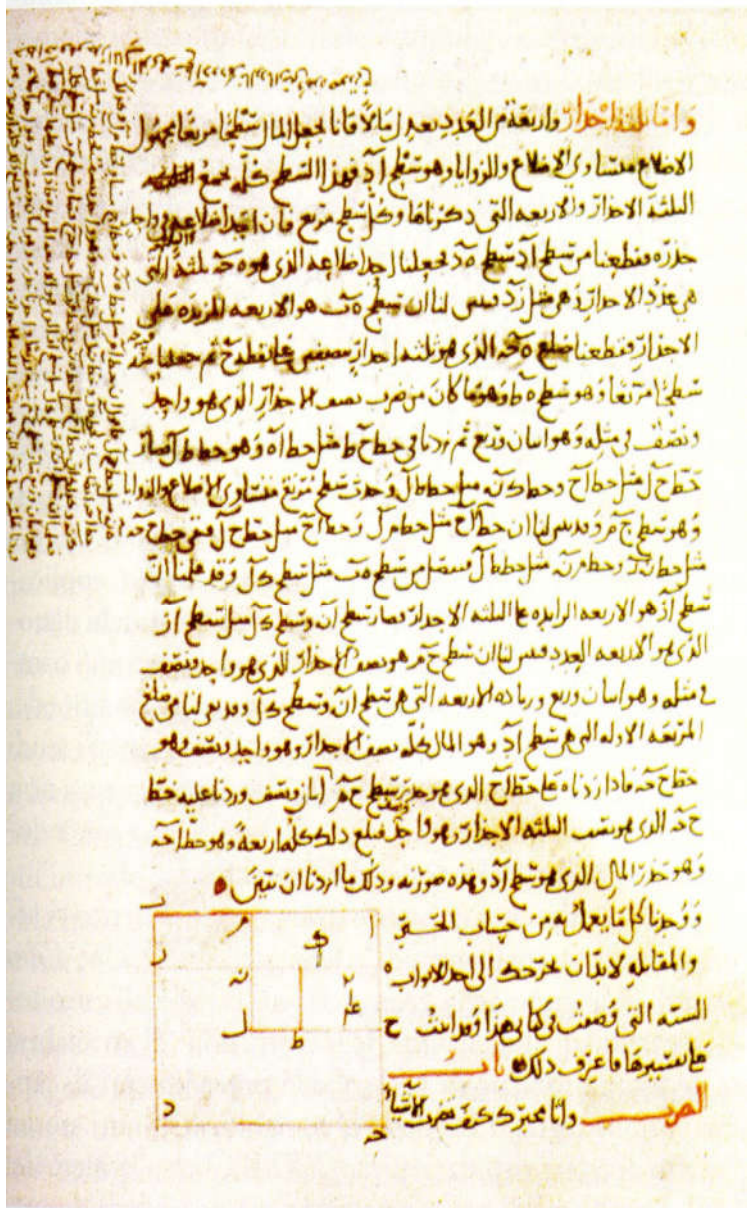
(2 termini simili in membri diversi vengono messi vicini sottraendo il maggiore dal minore)

$$2x^2 + 3x = 5x^2 + 1$$

$$2x^2 - 2x^2 + 3x = 5x^2 - 2x^2 + 1$$



Una pagina del *al-Jabr* e *al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)



Una pagina del *al-Jabr* e *al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

al-Khwārizmī (780-850)

Le prime parole dell'algebra e la loro etimologia

al-jabr = restaurare, aggiustare, riparare

geber, arcibra, alcibra, argebra, arzibra infine *algebra*

(i termini preceduti dal segno meno venivano chiamati *naqis* cioè termini tolti, amputati e l'equazione viene aggiustata)

$$2x^2 = 5x^2 - 3x + 1$$

$$2x^2 + 3x = 5x^2 - 3x + 3x + 1$$

$$2x^2 + 3x = 5x^2 + 1$$

Ora l'equazione ha solo termini positivi.

al-muqābala = porre accanto, confrontare

(2 termini simili in membri diversi vengono messi vicini sottraendo il maggiore dal minore)

$$2x^2 + 3x = 5x^2 + 1$$

$$2x^2 - 2x^2 + 3x = 5x^2 - 2x^2 + 1$$

$$3x = 3x^2 + 1$$

Ora l'equazione è ridotta alla sua forma canonica.

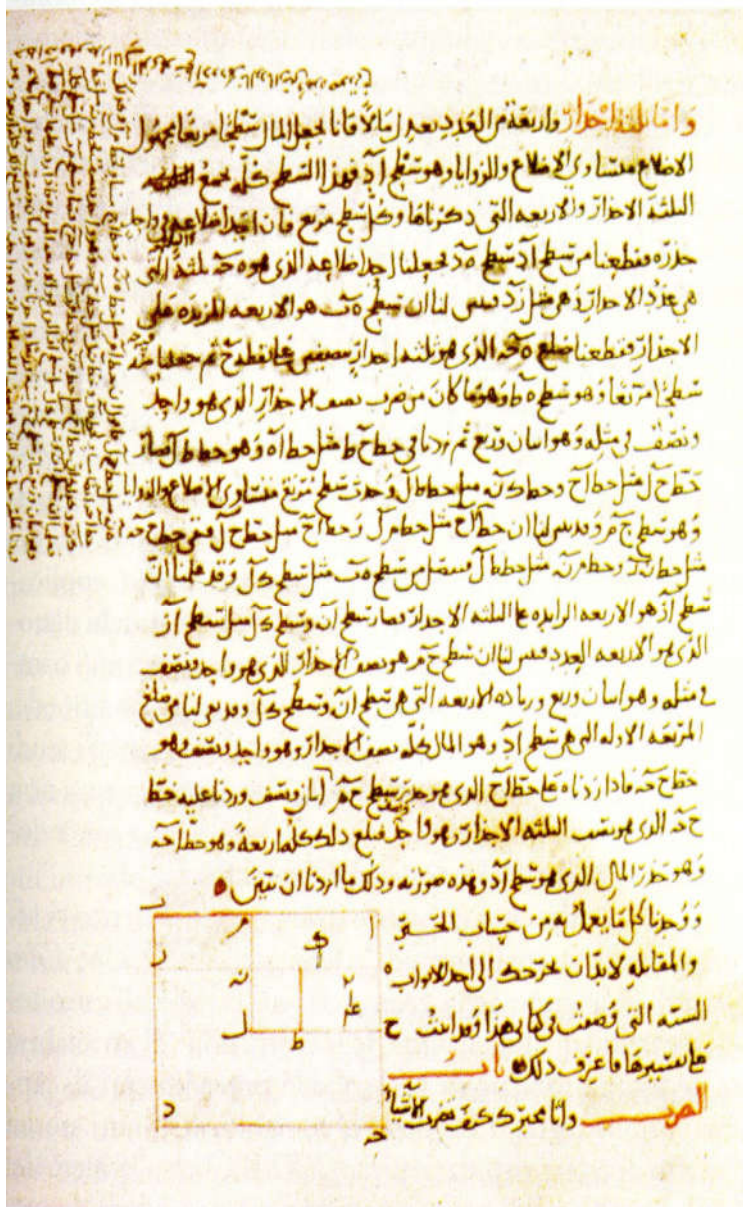
Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

al-Khwārizmī (780-850)

Le prime parole dell'algebra e la loro etimologia

al-shay = la cosa, x

(in algebra significa l'incognita)



Una pagina del *al-Jabr e al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

al-Khwārizmī (780-850)

Le prime parole dell'algebra e la loro etimologia

al-shay = la cosa, l'incognita, x

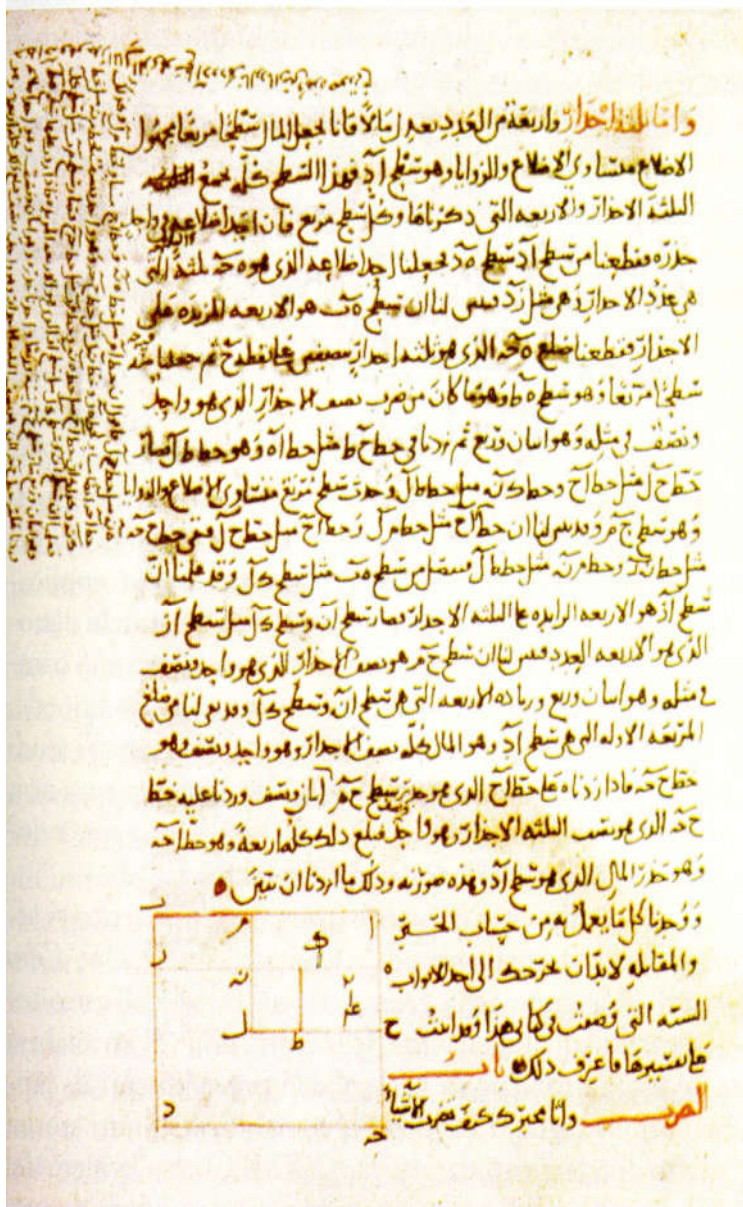
(in algebra significa l'incognita)

Quando l'incognita è ricavata dal suo quadrato si dice anche

jidhr = base, origine, radice

(in algebra significa la radice quadrata)

Si eleva al quadrato e si estrae la radice



Una pagina del *al-Jabr e al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

al-Khwārizmī (780-850)

Le prime parole dell'algebra e la loro etimologia

al-shay = la cosa, l'incognita, x

(in algebra significa l'incognita)

Quando l'incognita è ricavata dal suo quadrato si dice anche

jidhr = base, origine, radice

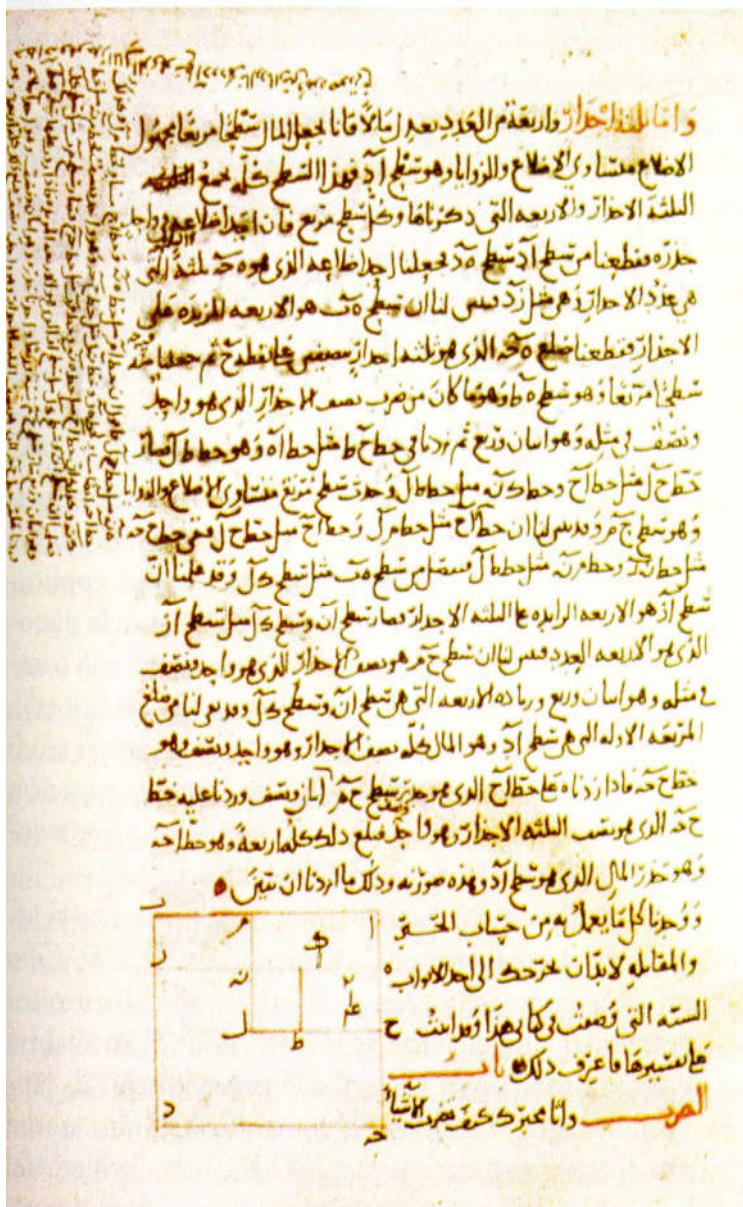
(in algebra significa la radice quadrata)

Si eleva al quadrato e si estrae la radice

māl = somma di denaro, tesoro, x^2

(in algebra indica il quadrato dell'incognita)

murabā = il quadrato come figura geometrica



Una pagina del *al-Jabr e al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

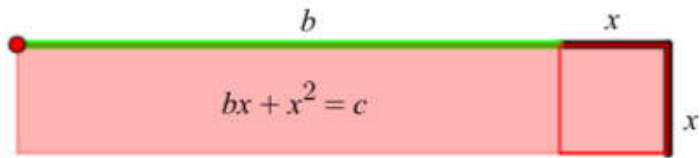
al-Khwārizmī (780-850)

Si determinano in modo combinatorio tutti i possibili tipi di equazioni
A coefficienti positivi che combinano $1, x, x^2$.

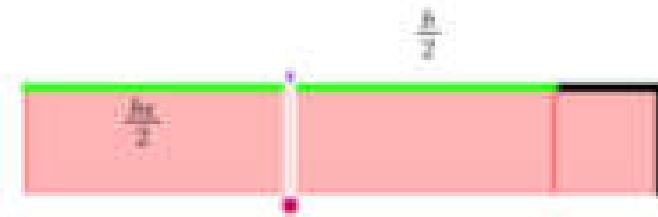
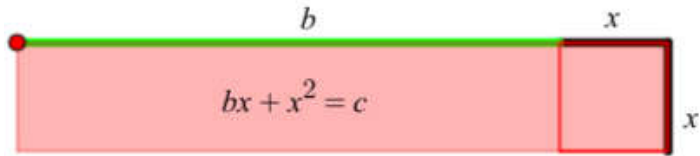
Equazioni binomie		Equazioni trinomie	
<i>Quadrati</i> uguali a radici	$ax^2 = bx$	<i>Quadrati</i> più radici uguali a un numero	$ax^2 + bx = c$
<i>Quadrati</i> uguali a un numero	$ax^2 = c$	<i>Quadrati</i> e un numero uguali a dell radici	$ax^2 + c = bx$
Radici uguali a un numero	$bx = c$	Radici più il numero sono uguali ai <i>quadrati</i>	$bx + c = ax^2$

$$x^2 + bx = c$$

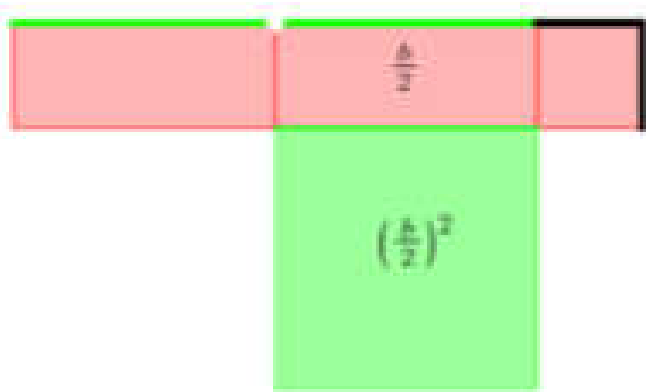
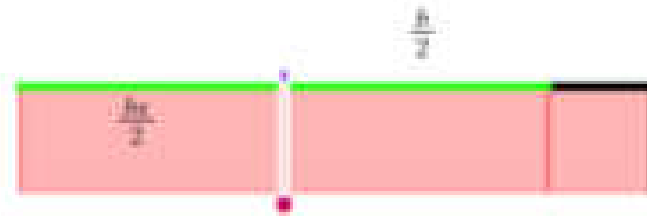
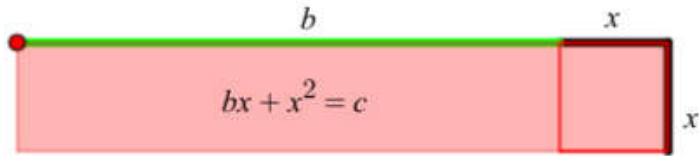
$$x^2 + bx = c$$



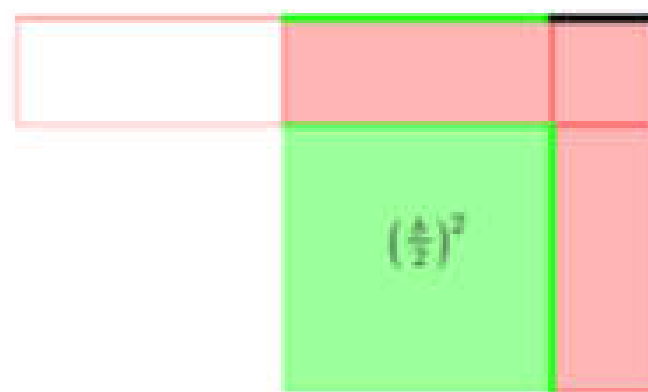
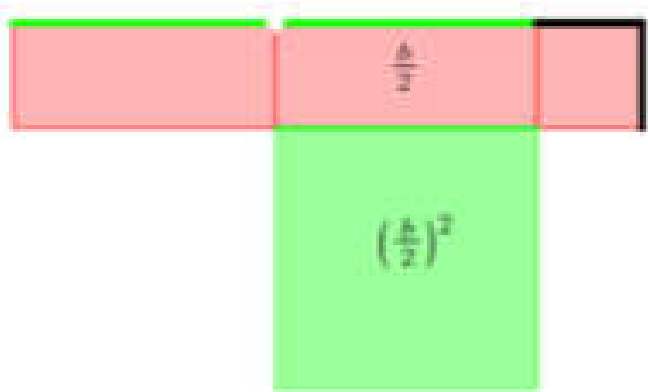
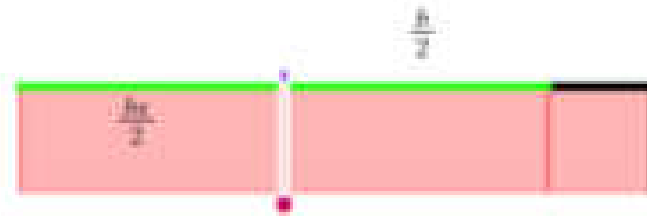
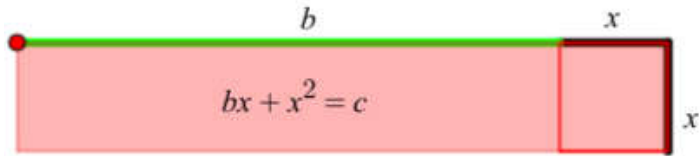
$$x^2 + bx = c$$



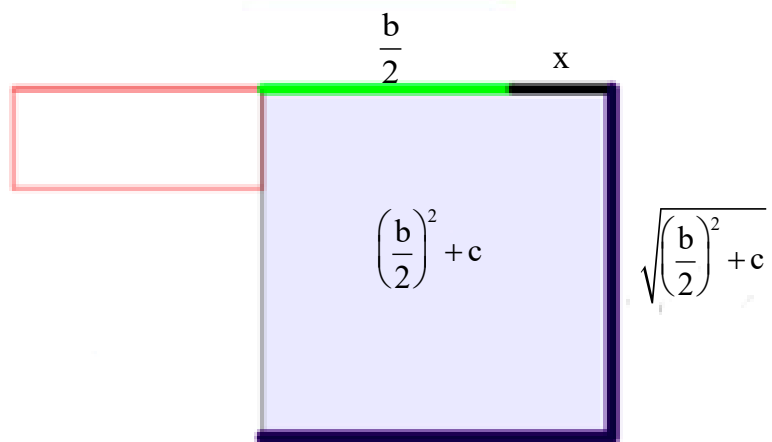
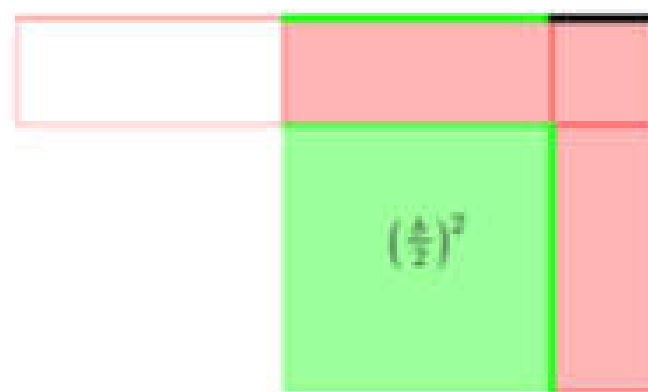
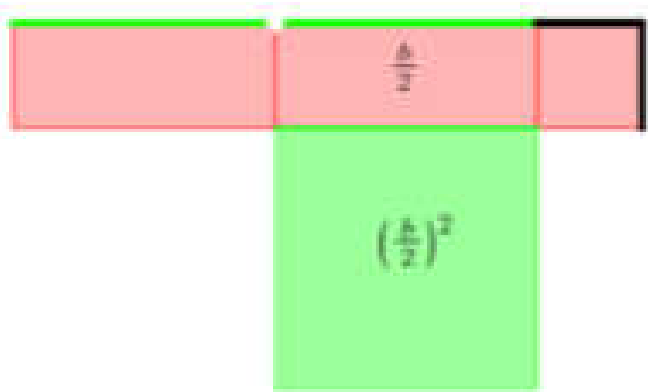
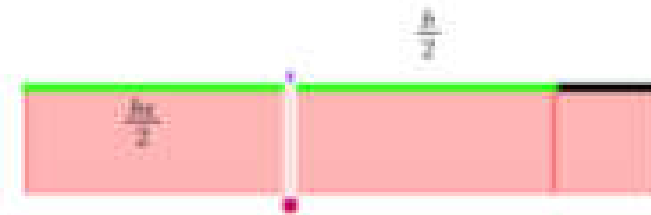
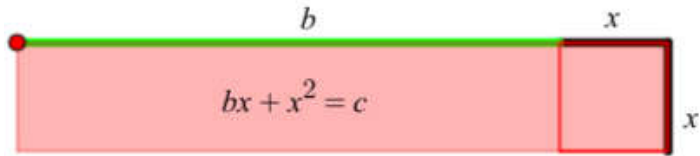
$$x^2 + bx = c$$



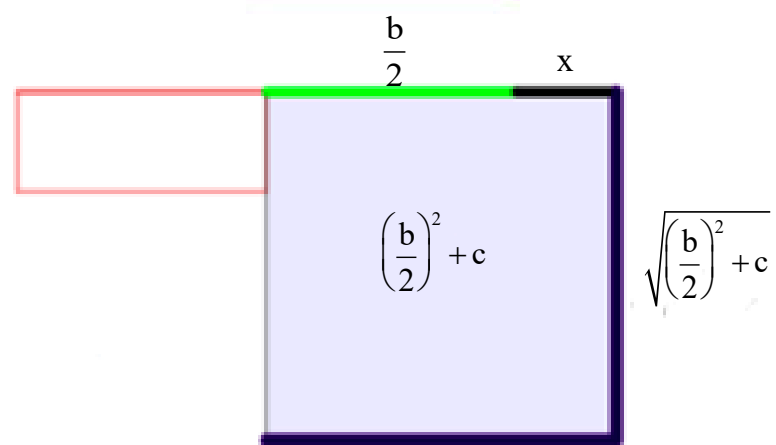
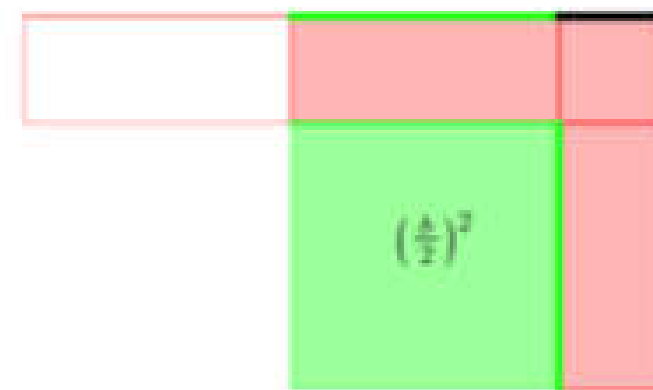
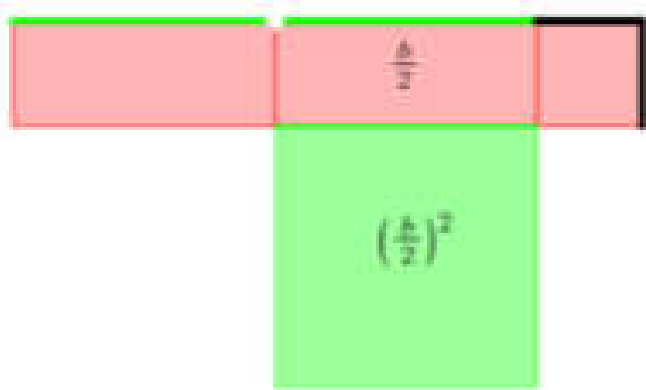
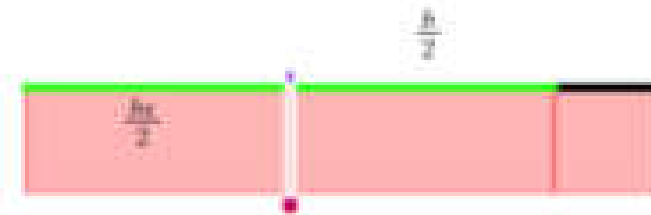
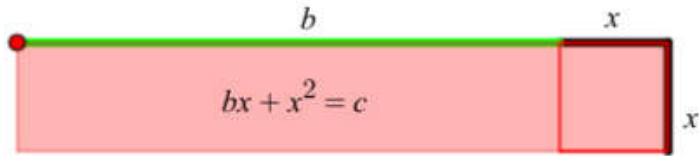
$$x^2 + bx = c$$



$$x^2 + bx = c$$

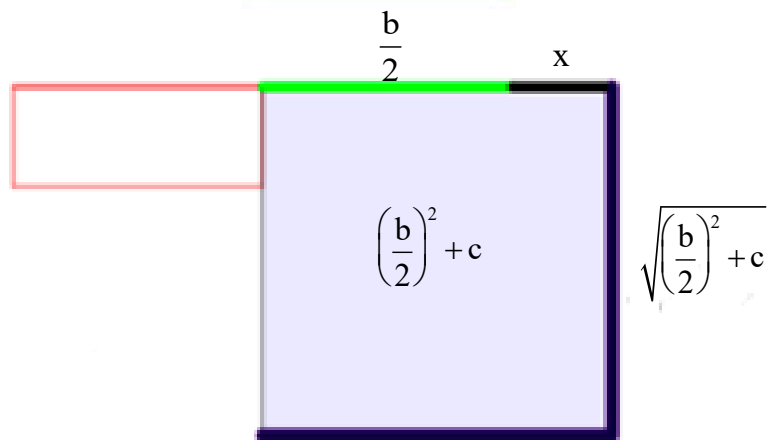
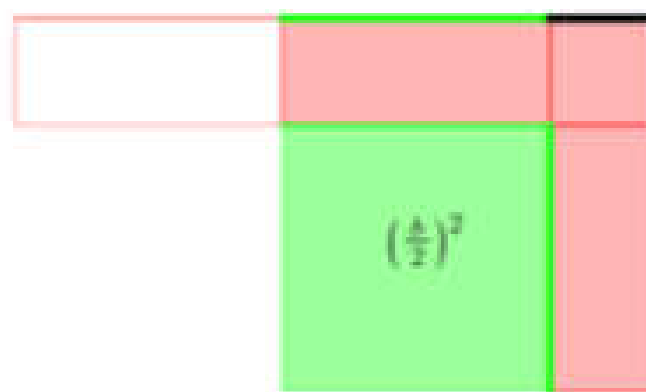
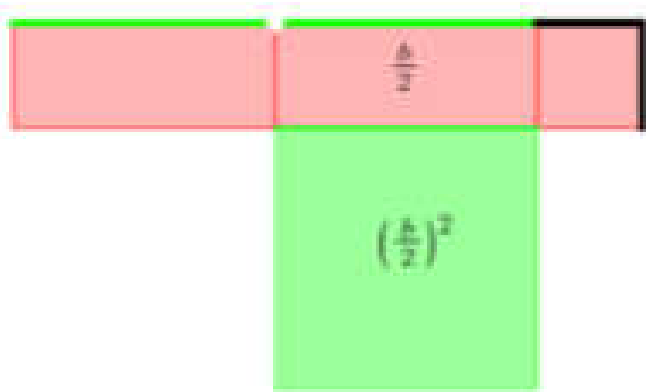
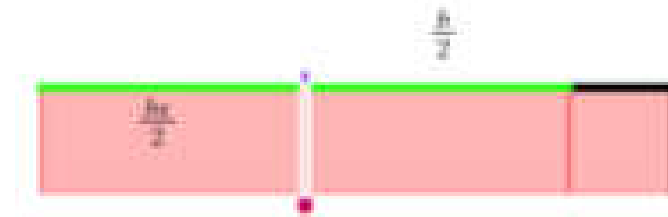
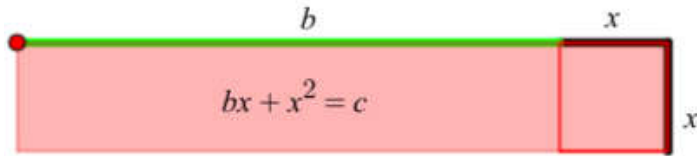


$$x^2 + bx = c$$



$$\frac{b}{2} + x = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c}$$

$$x^2 + bx = c$$

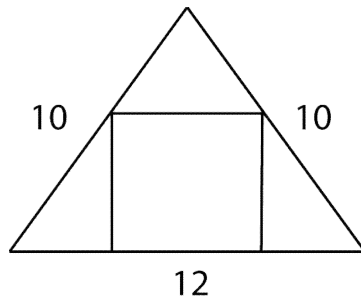


$$\frac{b}{2} + x = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c}$$

$$x = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c} - \frac{b}{2}$$

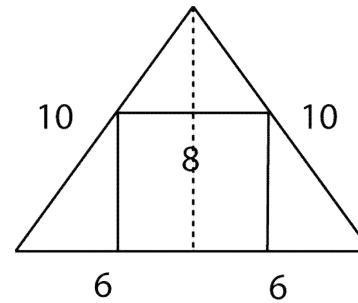
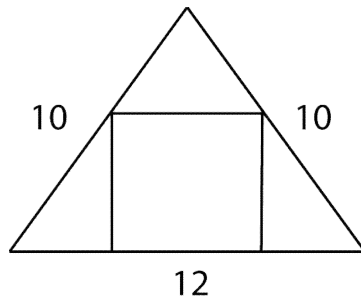
Applicazioni alla geometria (regola della cosa, regola recta)

Sia un terreno triangolare, di cui due dei lati sono dieci cubiti, dieci cubiti, e la base dodici cubiti, all'interno del quale si trova un terreno quadrato, quanto è il lato di questo terreno quadrato?



Applicazioni alla geometria (regola della cosa, regola recta)

Sia un terreno triangolare, di cui due dei lati sono dieci cubiti, dieci cubiti, e la base dodici cubiti, all'interno del quale si trova un terreno quadrato, quanto è il lato di questo terreno quadrato?

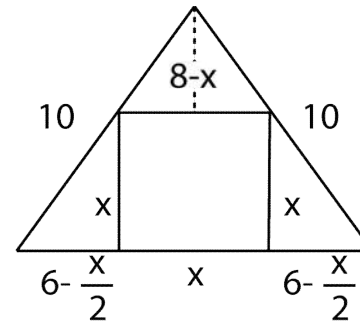
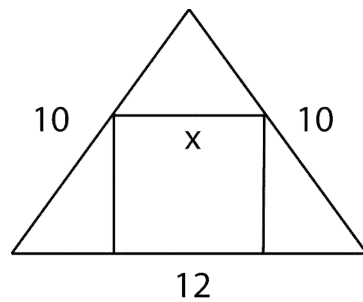


$$100 - 36 = 64 = 8^2$$

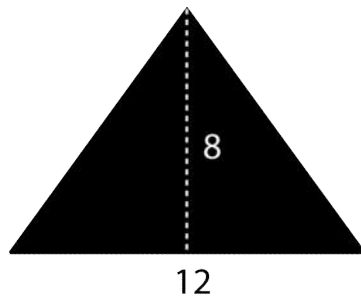
L'area del triangolo è 48 cubiti quadrati

Applicazioni alla geometria (regola della cosa, regola recta)

Sia un terreno triangolare, di cui due dei lati sono dieci cubiti, dieci cubiti, e la base dodici cubiti, all'interno del quale si trova un terreno quadrato, quanto è il lato di questo terreno quadrato?



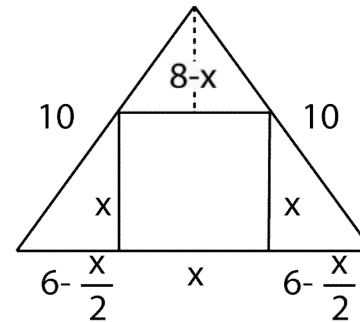
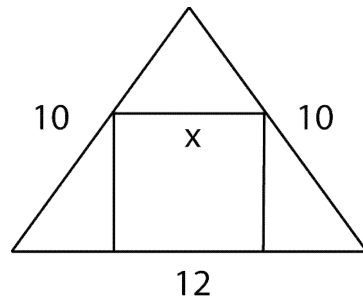
Chiamiamo *una cosa* il lato del quadrato



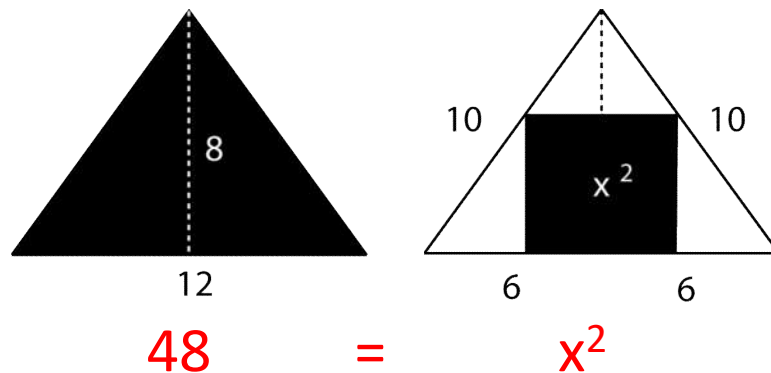
$$48 =$$

Applicazioni alla geometria (regola della cosa, regola recta)

Sia un terreno triangolare, di cui due dei lati sono dieci cubiti, dieci cubiti, e la base dodici cubiti, all'interno del quale si trova un terreno quadrato, quanto è il lato di questo terreno quadrato?

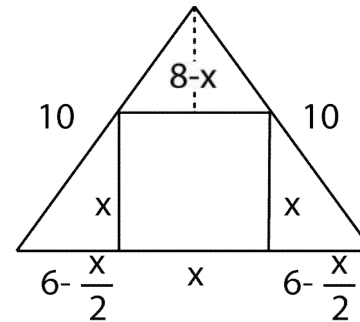
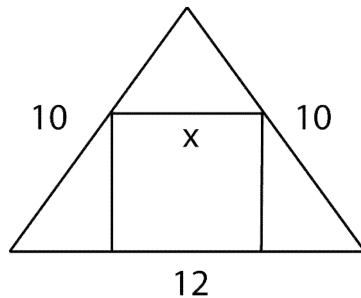


Chiamiamo *una cosa* il lato del quadrato

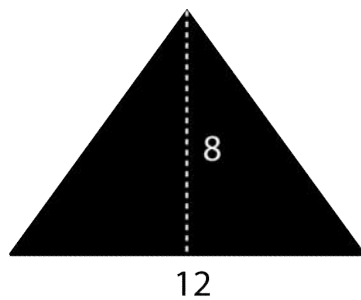


Applicazioni alla geometria (regola della cosa, regola recta)

Sia un terreno triangolare, di cui due dei lati sono dieci cubiti, dieci cubiti, e la base dodici cubiti, all'interno del quale si trova un terreno quadrato, quanto è il lato di questo terreno quadrato?

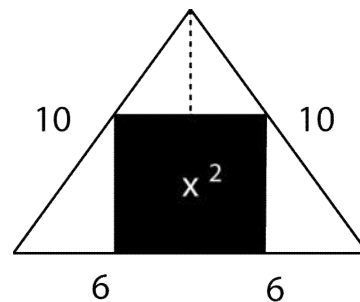


Chiamiamo *una cosa* il lato del quadrato



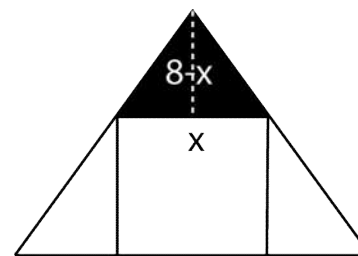
48

=



x^2

+

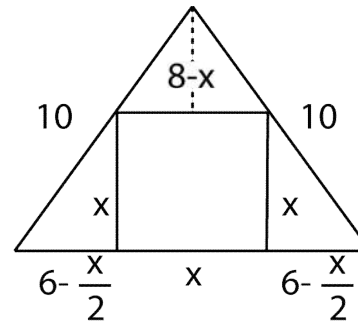
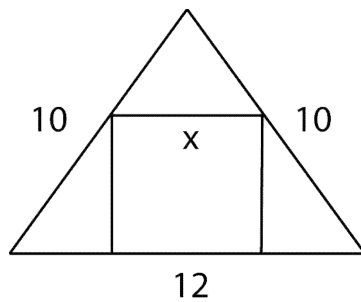


$\frac{x}{2}(8-x)$

+

Applicazioni alla geometria (regola della cosa, regola recta)

Sia un terreno triangolare, di cui due dei lati sono dieci cubiti, dieci cubiti, e la base dodici cubiti, all'interno del quale si trova un terreno quadrato, quanto è il lato di questo terreno quadrato?

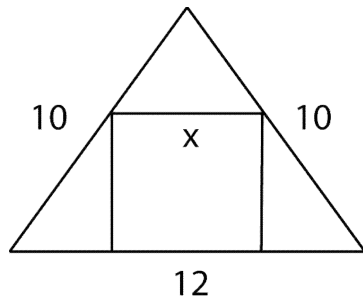


Chiamiamo *una cosa* il lato del quadrato

$$\begin{array}{ccccccc}
 \begin{array}{c} \text{Diagram 1: Triangle with height 8 and base 12} \\ 8 \\ 12 \end{array} & & \begin{array}{c} \text{Diagram 2: Triangle with inscribed square of side x^2} \\ 10 \quad 10 \\ x^2 \\ 6 \quad 6 \end{array} & & \begin{array}{c} \text{Diagram 3: Triangle with inscribed square and height 8-x} \\ 10 \quad 10 \\ 8-x \\ x \\ 6 - \frac{x}{2} \quad 6 - \frac{x}{2} \end{array} & & \begin{array}{c} \text{Diagram 4: Triangle with inscribed square and height 8-x} \\ 10 \quad 10 \\ 8-x \\ x \\ 6 - \frac{x}{2} \quad 6 - \frac{x}{2} \end{array} \\
 48 & = & x^2 & + & \frac{x}{2}(8-x) & + & x(6 - \frac{x}{2})
 \end{array}$$

Applicazioni alla geometria (regola della cosa, regola recta)

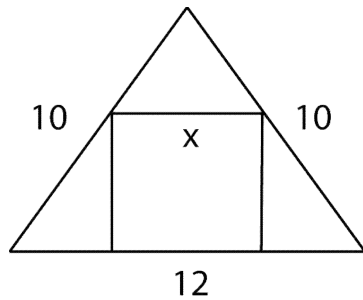
Sia un terreno triangolare, di cui due dei lati sono dieci cubiti, dieci cubiti, e la base dodici cubiti, all'interno del quale si trova un terreno quadrato, quanto è il lato di questo terreno quadrato?



$$48 = x^2 + \frac{x}{2}(8 - x) + x\left(6 - \frac{x}{2}\right)$$

Applicazioni alla geometria (regola della cosa, regola recta)

Sia un terreno triangolare, di cui due dei lati sono dieci cubiti, dieci cubiti, e la base dodici cubiti, all'interno del quale si trova un terreno quadrato, quanto è il lato di questo terreno quadrato?

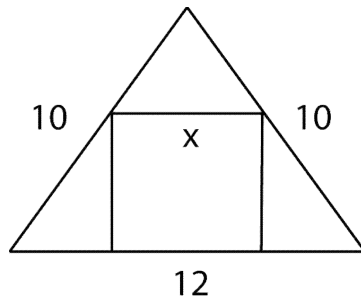


$$48 = x^2 + \frac{x}{2}(8 - x) + x\left(6 - \frac{x}{2}\right)$$

$$48 = x^2 + 4x - \frac{x^2}{2} + 6x - \frac{x^2}{2}$$

Applicazioni alla geometria (regola della cosa, regola recta)

Sia un terreno triangolare, di cui due dei lati sono dieci cubiti, dieci cubiti, e la base dodici cubiti, all'interno del quale si trova un terreno quadrato, quanto è il lato di questo terreno quadrato?



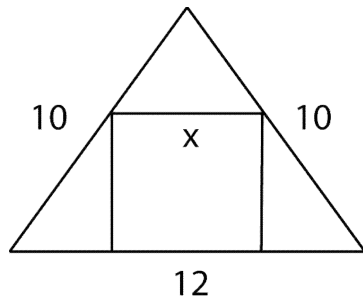
$$48 = x^2 + \frac{x}{2}(8 - x) + x\left(6 - \frac{x}{2}\right)$$

$$48 = x^2 + 4x - \frac{x^2}{2} + 6x - \frac{x^2}{2}$$

$$48 = 10x$$

Applicazioni alla geometria (regola della cosa, regola recta)

Sia un terreno triangolare, di cui due dei lati sono dieci cubiti, dieci cubiti, e la base dodici cubiti, all'interno del quale si trova un terreno quadrato, quanto è il lato di questo terreno quadrato?



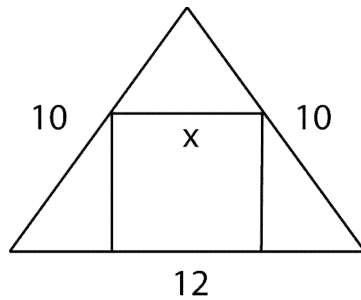
$$48 = x^2 + \frac{x}{2}(8 - x) + x(6 - \frac{x}{2})$$

$$48 = x^2 + 4x - \frac{x^2}{2} + 6x - \frac{x^2}{2}$$

$$48 = 10x \quad x = \frac{24}{5} = 5 - \frac{1}{5}$$

Applicazioni alla geometria (regola della cosa, regola recta)

Sia un terreno triangolare, di cui due dei lati sono dieci cubiti, dieci cubiti, e la base dodici cubiti, all'interno del quale si trova un terreno quadrato, quanto è il lato di questo terreno quadrato?



$$48 = x^2 + \frac{x}{2}(8 - x) + x\left(6 - \frac{x}{2}\right)$$

$$48 = x^2 + 4x - \frac{x^2}{2} + 6x - \frac{x^2}{2}$$

$$48 = 10x \quad x = \frac{24}{5} = 5 - \frac{1}{5}$$

Il lato del quadrato è di 5 cubiti meno un quinto

Applicazioni ai testamenti

Un uomo muore e lascia due figli; ha legato un terzo del suo bene a uno straniero e ha un bene di 10 dirham al quale va aggiunta una somma di 10 dirham che gli deve uno dei suoi due figli (che non possiede nulla).

Applicazioni ai testamenti

Un uomo muore e lascia due figli; ha legato un terzo del suo bene a uno straniero e ha un bene di 10 dirham al quale va aggiunta una somma di 10 dirham che gli deve uno dei suoi due figli (che non possiede nulla).

E' un circolo vizioso!

Applicazioni ai testamenti

Un uomo muore e lascia due figli; ha legato un terzo del suo bene a uno straniero e ha un bene di 10 dirham al quale va aggiunta una somma di 10 dirham che gli deve uno dei suoi due figli (che non possiede nulla).

E' un circolo vizioso!

Chiamiamo “una cosa” la parte di debito che il figlio riesce a restituire usando la sua parte di eredità

$$10 + x$$

è il bene da dividere

Applicazioni ai testamenti

Un uomo muore e lascia due figli; ha legato un terzo del suo bene a uno straniero e ha un bene di 10 dirham al quale va aggiunta una somma di 10 dirham che gli deve uno dei suoi due figli (che non possiede nulla).

E' un circolo vizioso!

Chiamiamo “una cosa” la parte di debito che il figlio riesce a restituire usando la sua parte di eredità

$$10 + x$$

è il bene da dividere:

1/3 allo straniero e il resto in parti uguali ai due figli, quindi 1/3 ciascuno indebitato prenderà $(10+x)/3$. Da cui l'equazione

Applicazioni ai testamenti

Un uomo muore e lascia due figli; ha legato un terzo del suo bene a uno straniero e ha un bene di 10 dirham al quale va aggiunta una somma di 10 dirham che gli deve uno dei suoi due figli (che non possiede nulla).

E' un circolo vizioso!

Chiamiamo “una cosa” la parte di debito che il figlio riesce a restituire usando la sua parte di eredità

$$10 + x$$

è il bene da dividere:

1/3 allo straniero e il resto in parti uguali ai due figli, quindi 1/3 ciascuno indebitato prenderà $(10+x)/3$. Da cui l'equazione

$$\frac{10+x}{3} = x, \quad 10+x = 3x, \quad 10 = 2x, \quad x = 5$$

I continuatori di al-Khwārizmī

IX Secolo

Thābit ibn Qurra, al-Mahani, Qustā ibn Lūqā , Abu-Kamil, Abū al-Jūd ecc.

Si inizia una rilettura degli elementi di Euclide in termini algebrici dando vita a quello che oggi chiamiamo **l'algebra geometrica euclidea**, si studiano altri tipi di equazioni. Si precisano le dimostrazioni.



Il triangolo di Tartaglia nel IX secolo
Dal *Miftāb al-bisāb* di Mas'ud al Kāsi

I continuatori di al-Khwārizmī

IX Secolo

Thābit ibn Qurra, al-Mahani, Qustā ibn Lūqā , Abu-Kamil, Abū al-Jūd ecc.

Si inizia una rilettura degli elementi di Euclide in termini algebrici dando vita a quello che oggi chiamiamo **l'algebra geometrica euclidea**, si studiano altri tipi di equazioni. Si precisano le dimostrazioni.

X secolo

al- Karaji e la sua scuola introduce e studia le operazioni tra polinomi compresa la divisione e studia le equazioni diofantee



Il triangolo di Tartaglia nel IX secolo
Dal *Miftāb al-bisāb* di Mas'ud al Kāsi

I continuatori di al-Khwārizmī

IX Secolo

Thābit ibn Qurra, al-Mahani, Qustā ibn Lūqā , Abu-Kamil, Abū al-Jūd ecc.

Si inizia una rilettura degli elementi di Euclide in termini algebrici dando vita a quello che oggi chiamiamo **l'algebra geometrica euclidea**, si studiano altri tipi di equazioni. Si precisano le dimostrazioni.

X secolo

al- Karaji e la sua scuola introduce e studia le operazioni tra polinomi compresa la divisione e studia le equazioni diofantee

XI secolo

al-Khayyām classifica e risolve tutte le equazioni di terzo grado tramite l'intersezione di due coniche



Il triangolo di Tartaglia nel IX secolo
Dal *Miftāb al-bisāb* di Mas'ud al Kāsi

I continuatori di al-Khwārizmī

IX Secolo

Thābit ibn Qurra, al-Mahani, Qustā ibn Lūqā , Abu-Kamil, Abū al-Jūd ecc.

Si inizia una rilettura degli elementi di Euclide in termini algebrici dando vita a quello che oggi chiamiamo **l'algebra geometrica euclidea**, si studiano altri tipi di equazioni. Si precisano le dimostrazioni.

X secolo

al- Karaji e la sua scuola introduce e studia le operazioni tra polinomi compresa la divisione e studia le equazioni diofantee

XI secolo

al-Khayyām classifica e risolve tutte le equazioni di terzo grado tramite l'intersezione di due coniche

XII secolo

Al-Tusi determina le condizioni per l'esistenza di soluzioni positive per equazioni cubiche



Il triangolo di Tartaglia nel IX secolo
Dal *Miftāb al-bisāb* di Mas'ud al Kāsi

al-Khayyām (1048-1131)

Nel Libro *Al-jabr wa al-muqābala*, al-Khayyām classifica tutte le possibili equazioni che comprendano *numeri, lati, quadrati e cubi*, cioè le possibili uguaglianze ottenute combinando, con coefficienti positivi $1, x, x^2, x^3$.

6 equazioni binomie

$$bx=c, ax^2=c, x^3=c, ax^2=bx, x^3=bx, x^3=ax^2.$$

12 equazioni trinomie

$$x^2+bx=c, x^2+c=bx, x^2=bx+c, x^3+ax^2=bx, x^3+bx=ax^2, x^3=ax^2+bx, x^3+bx=c, x^3+c=bx, x^3=bx+c, x^3+ax^2=c, x^3+c=ax^2, x^3=ax^2+c.$$

7 equazioni quadrinomie

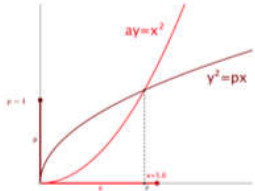
$$x^3+ax^2+bx=c, x^3+ax^2+c=bx, x^3+bx+c=ax^2, x^3=ax^2+bx+c, x^3+ax^2=bx+c, x^3+bx=ax^2+c, x^3+c=ax^2+bx.$$

14 tipi non studiati da al-Khwārizmī e dai suoi continuatori

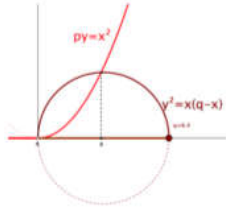
$$x^3=c, x^3+bx=c, x^3+c=bx, x^3=bx+c, x^3+ax^2=c, x^3+c=ax^2, x^3=ax^2+c, x^3+ax^2+bx=c, x^3+ax^2+c=bx, x^3+bx+c=ax^2, x^3=ax^2+bx+c, x^3+ax^2=bx+c, x^3+bx=ax^2+c, x^3+c=ax^2+bx.$$

al-Khayyām (1048-1131)

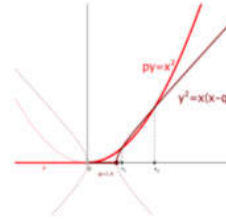
$$x^3=c$$



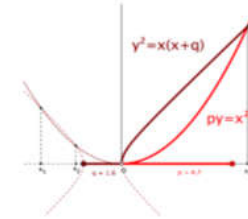
$$x^3+bx=c$$



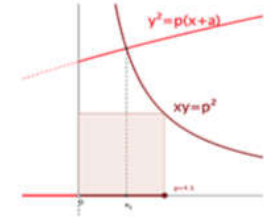
$$x^3+c=bx$$



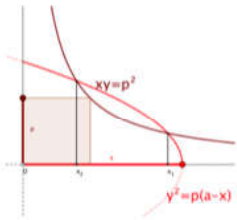
$$x^3=bx+c$$



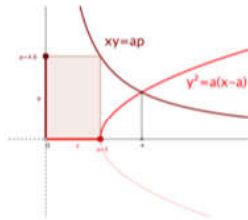
$$x^3+ax^2=c$$



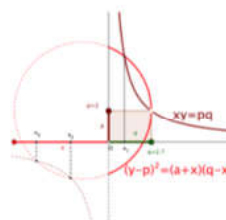
$$x^3+c=ax^2$$



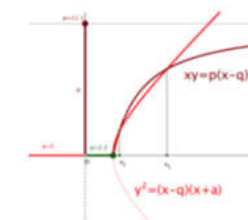
$$x^3=ax^2+c$$



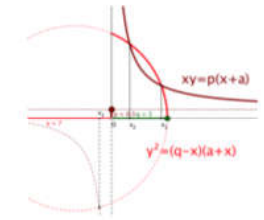
$$x^3+ax^2+bx=c$$



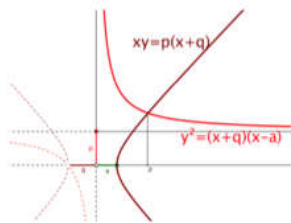
$$x^3+ax^2+c=bx$$



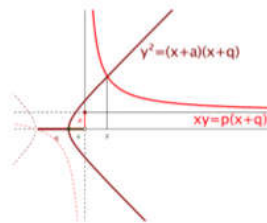
$$x^3+bx+c=ax^2$$



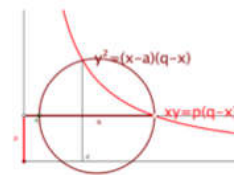
$$x^3=ax^2+bx+c$$



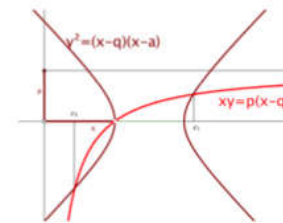
$$x^3+ax^2=bx+c$$



$$x^3+bx=ax^2+c$$



$$x^3+c=ax^2+bx$$



al-Khayyām (1048-1131)

$$x^3 + c = ax^2$$

al-Khayyām (1048-1131)

$$x^3 + c = ax^2 \quad p = \sqrt[3]{c}$$

$$x^3 + p^3 = ax^2$$

al-Khayyām (1048-1131)

$$x^3 + c = ax^2 \quad p = \sqrt[3]{c}$$

$$x^3 + p^3 = ax^2$$

$$p^3 = x^2(a - x)$$

al-Khayyām (1048-1131)

$$x^3 + c = ax^2 \quad p = \sqrt[3]{c}$$

$$x^3 + p^3 = ax^2$$

$$p^3 = x^2(a - x) \quad \frac{p^2}{x^2} = \frac{a - x}{p}$$

al-Khayyām (1048-1131)

$$x^3 + c = ax^2 \quad p = \sqrt[3]{c}$$

$$x^3 + p^3 = ax^2$$

$$p^3 = x^2(a - x) \quad \frac{p^2}{x^2} = \frac{a - x}{p}$$

$$\frac{p}{x} = \frac{y}{p} = \frac{a - x}{y}$$

al-Khayyām (1048-1131)

$$x^3 + c = ax^2 \quad p = \sqrt[3]{c}$$

$$x^3 + p^3 = ax^2$$

$$p^3 = x^2(a - x) \quad \frac{p^2}{x^2} = \frac{a - x}{p}$$

$$\frac{p}{x} = \frac{y}{p} = \frac{a - x}{y} \quad \left\{ \begin{array}{l} xy = p^2 \\ y^2 = p(a - x) \end{array} \right.$$

al-Khayyām (1048-1131)

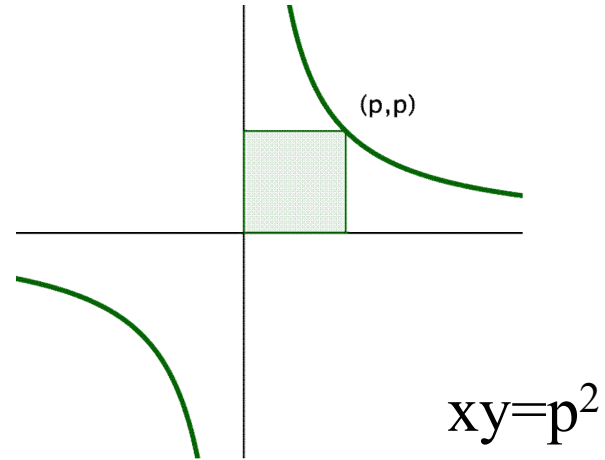
$$x^3 + p^3 = ax^2$$

$$\begin{cases} xy = p^2 \\ y^2 = p(a - x) \end{cases}$$

al-Khayyām (1048-1131)

$$x^3 + p^3 = ax^2$$

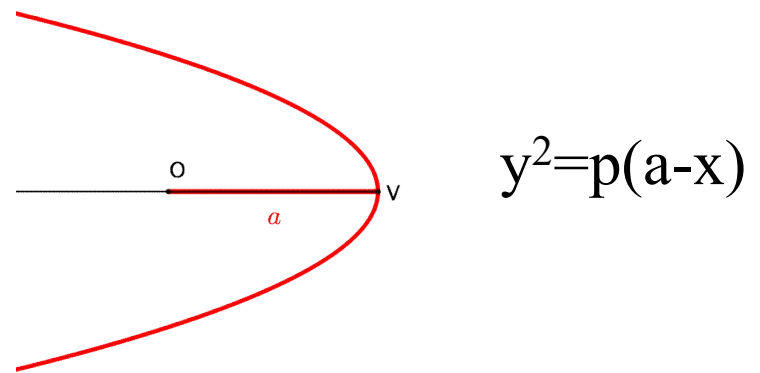
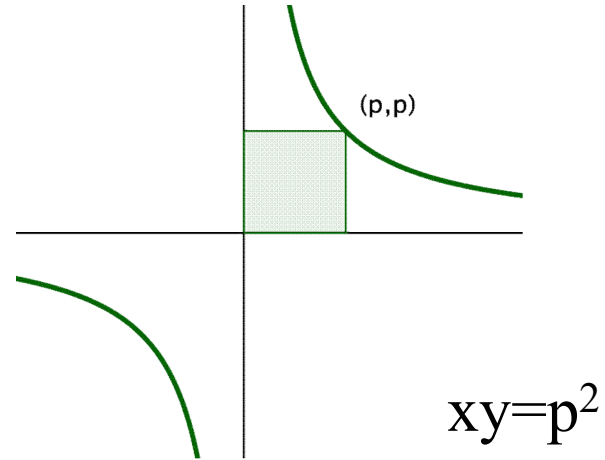
$$\begin{cases} xy = p^2 \\ y^2 = p(a - x) \end{cases}$$



al-Khayyām (1048-1131)

$$x^3 + p^3 = ax^2$$

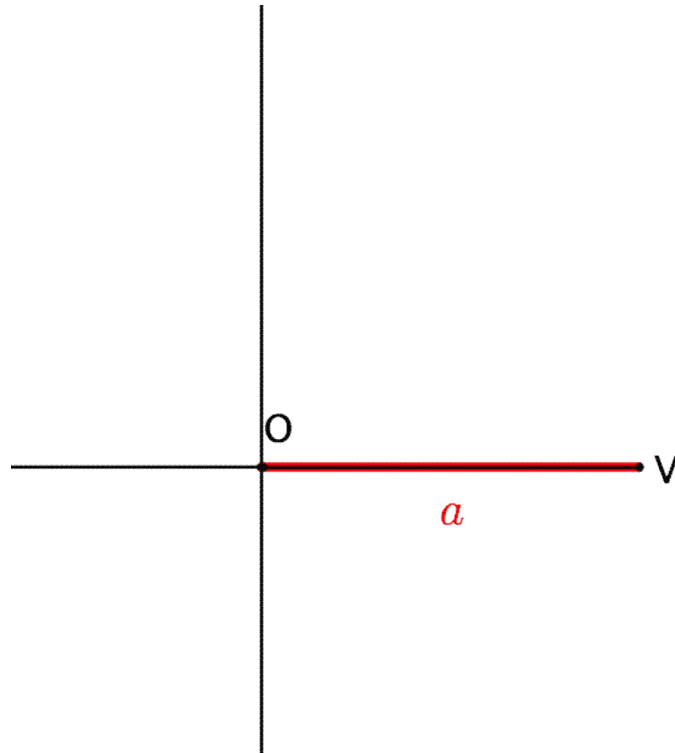
$$\begin{cases} xy = p^2 \\ y^2 = p(a - x) \end{cases}$$



al-Khayyām (1048-1131)



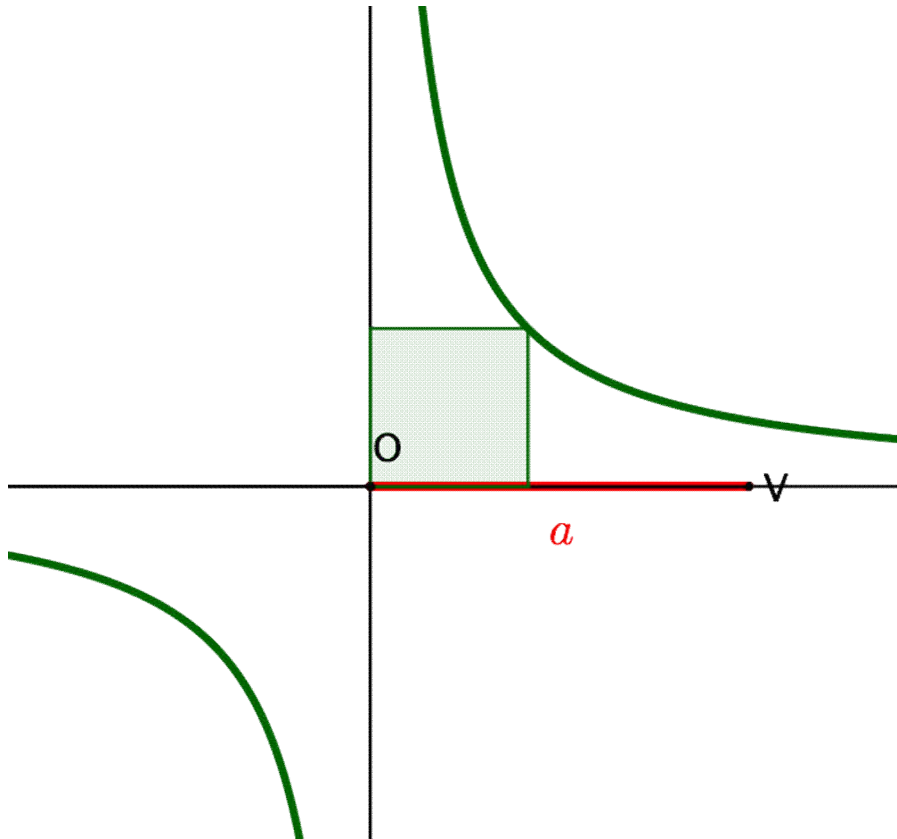
al-Khayyām (1048-1131)



al-Khayyām (1048-1131)

$P=(x,y)$ appartiene all'iperbole

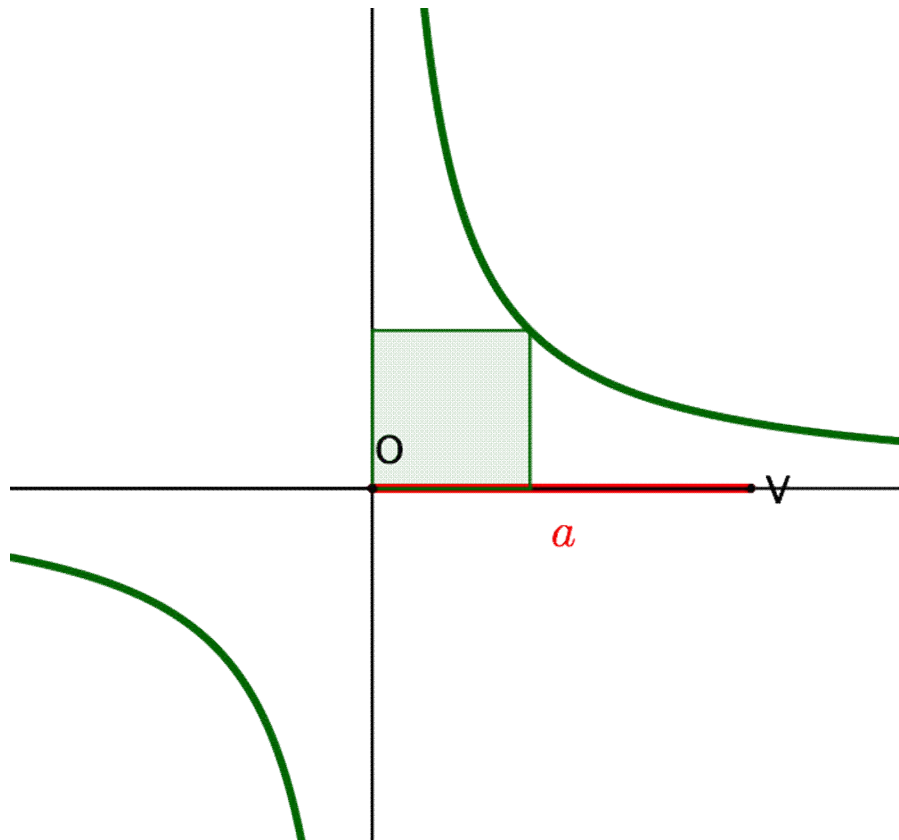
$$xy = p^2$$



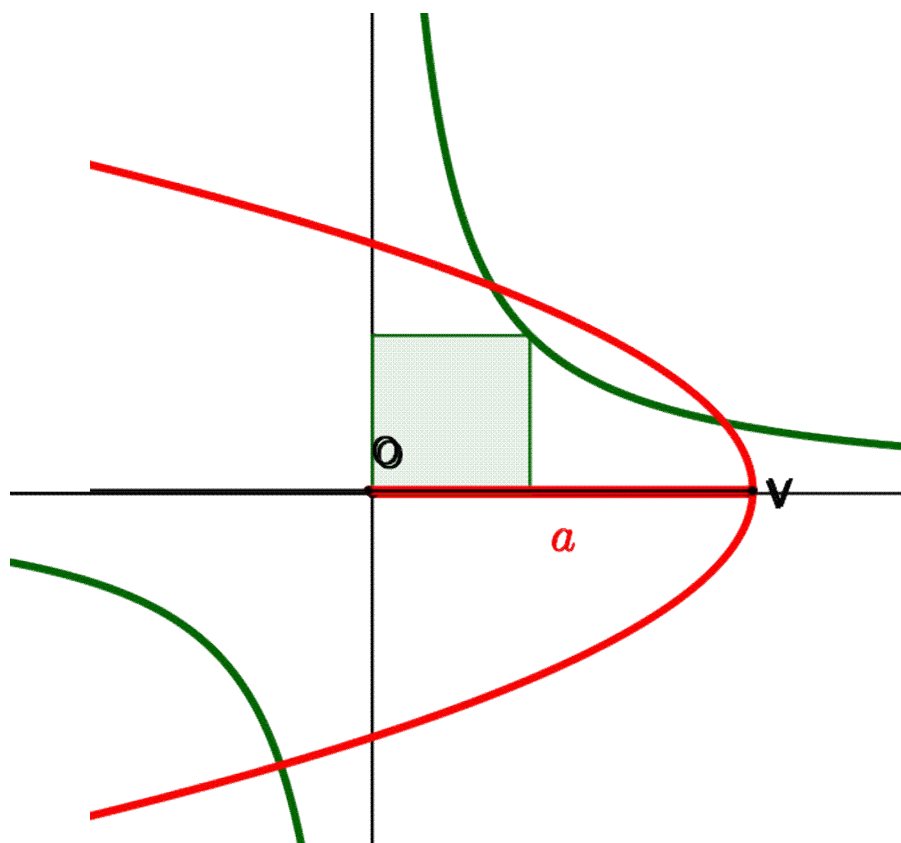
al-Khayyām (1048-1131)

$P=(x,y)$ appartiene all'iperbole

$$xy = p^2$$
$$x^2y^2 = p^4$$



al-Khayyām (1048-1131)



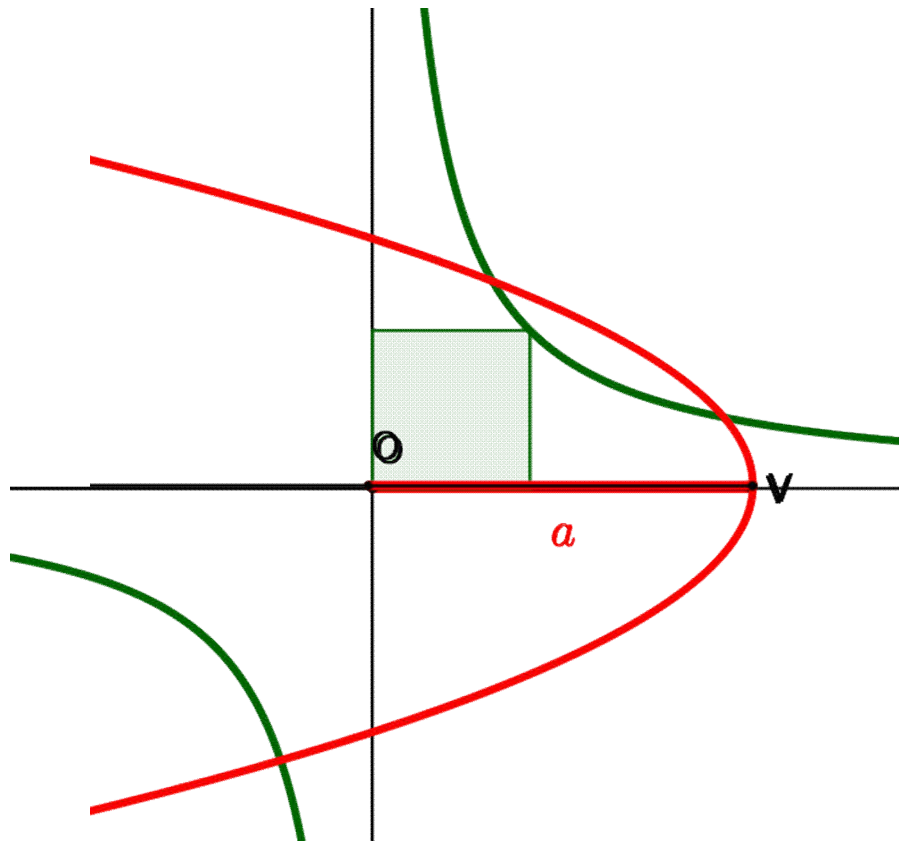
$P=(x,y)$ appartiene all'iperbole

$$xy = p^2$$
$$x^2y^2 = p^4$$

$P=(x,y)$ appartiene alla parabola

$$y^2 = p(a-x)$$

al-Khayyām (1048-1131)



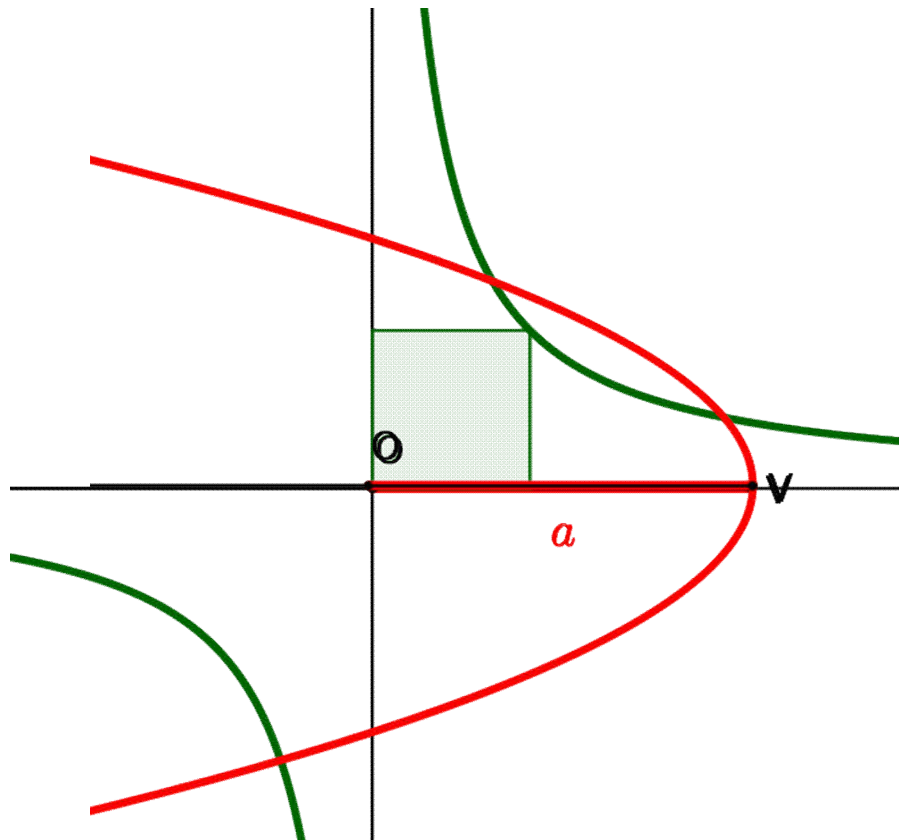
$P=(x,y)$ appartiene all'iperbole

$$xy = p^2$$
$$x^2y^2 = p^4$$

$P=(x,y)$ appartiene alla parabola

$$y^2 = p(a-x)$$
$$x^2y^2 = x^2p(a-x)$$

al-Khayyām (1048-1131)



$P=(x,y)$ appartiene all'iperbole

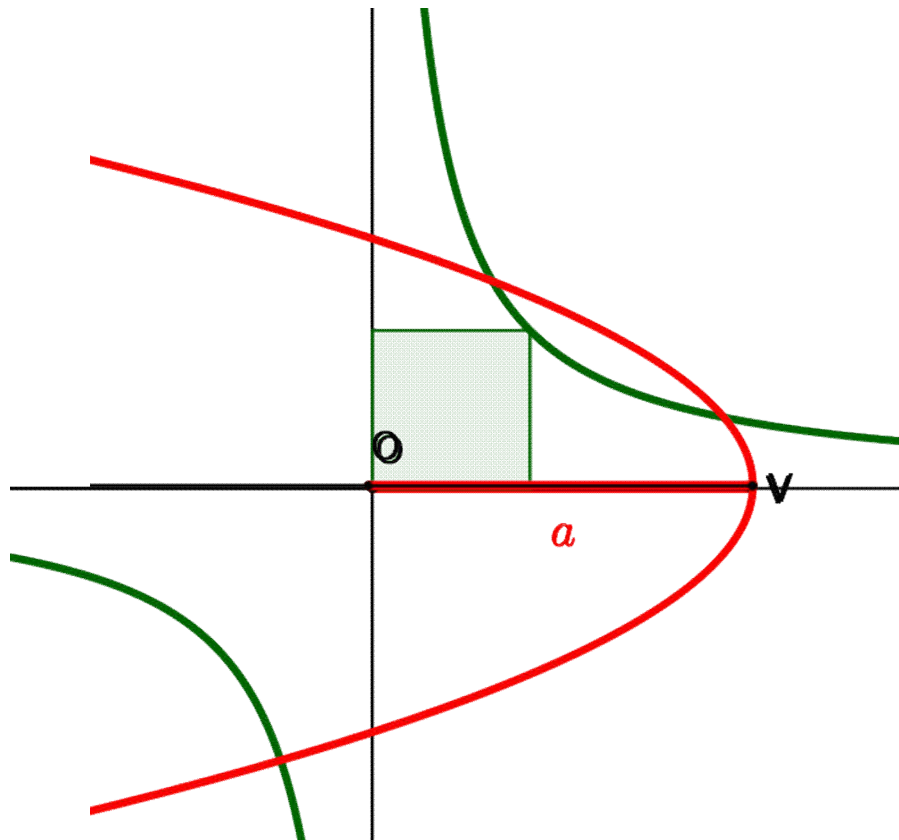
$$xy = p^2$$
$$x^2y^2 = p^4$$

$P=(x,y)$ appartiene alla parabola

$$y^2 = p(a-x)$$
$$x^2y^2 = x^2p(a-x)$$

$$P^4 = x^2p(a-x)$$

al-Khayyām (1048-1131)



$P=(x,y)$ appartiene all'iperbole

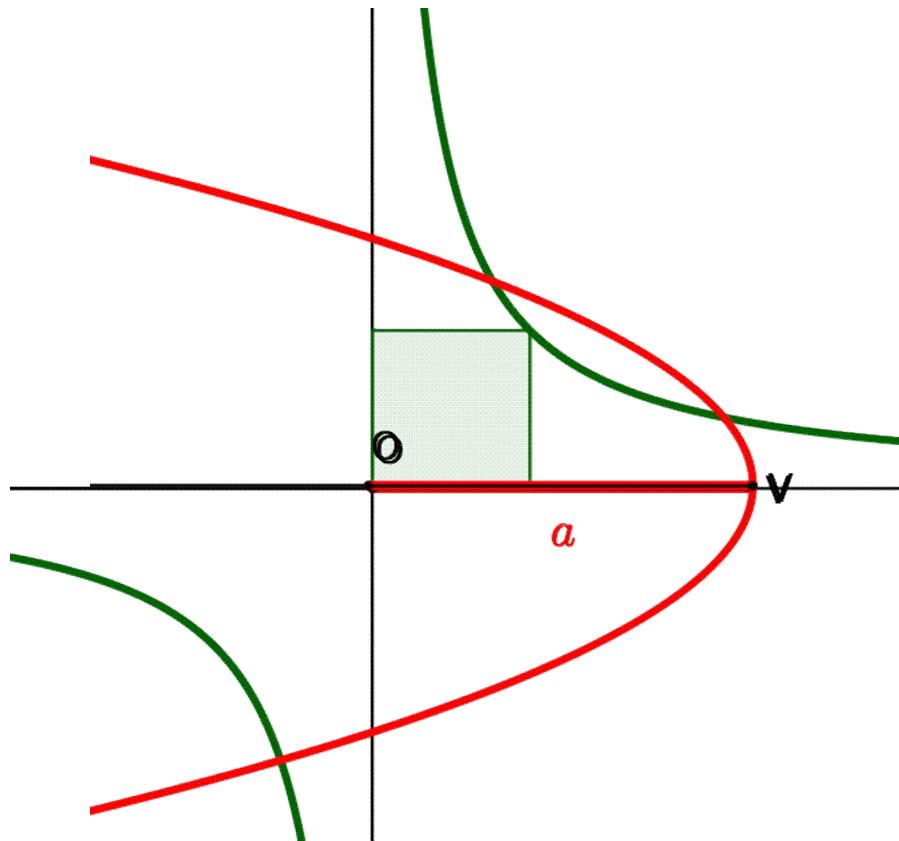
$$xy = p^2$$
$$x^2y^2 = p^4$$

$P=(x,y)$ appartiene alla parabola

$$y^2 = p(a-x)$$
$$x^2y^2 = x^2p(a-x)$$

$$P^4 = x^2p(a-x)$$
$$p^3 = x^2(a-x)$$

al-Khayyām (1048-1131)



$P=(x,y)$ appartiene all'iperbole

$$xy = p^2$$
$$x^2y^2 = p^4$$

$P=(x,y)$ appartiene alla parabola

$$y^2 = p(a-x)$$
$$x^2y^2 = x^2p(a-x)$$

$$P^4 = x^2p(a-x)$$

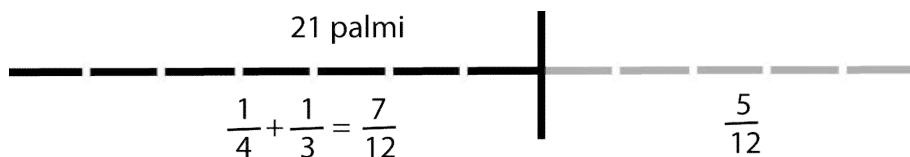
$$p^3 = x^2(a-x)$$

$$x^3 + p^3 = ax^2$$

Fibonacci (1175 ca-1235 ca)

Problema dell'albero

*C'è un albero del quale $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{3}$ è sotto terra e questo è 21 palmi;
si chiede quanto è lungo l'albero.*



Fibonacci (1175 ca-1235 ca)

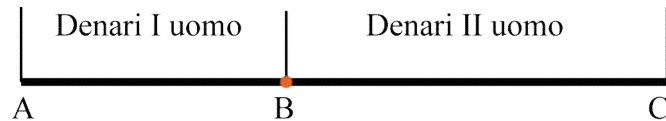
Due uomini hanno denaro.

*Uno dei due dice all'altro se mi dai 7 denari avrò 5 volte quello che hai tu
e l'altro dice se mi dai 5 denari avrò 7 volte quello che hai tu.*

Fibonacci (1175 ca-1235 ca)

Due uomini hanno denaro.

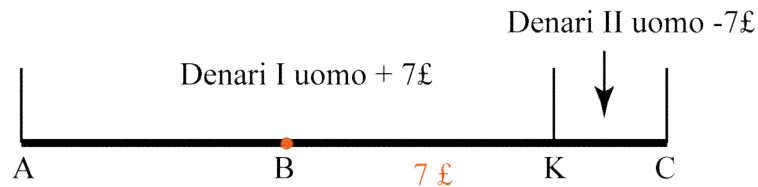
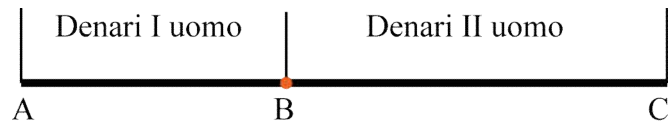
*Uno dei due dice all'altro se mi dai 7 denari avrò 5 volte quello che hai tu
e l'altro dice se mi dai 5 denari avrò 7 volte quello che hai tu.*



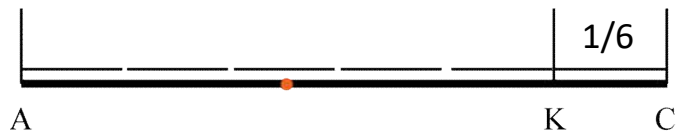
Fibonacci (1175 ca-1235 ca)

Due uomini hanno denaro.

Uno dei due dice all'altro *se mi dai 7 denari avrò 5 volte quello che hai tu*
 e l'altro dice *se mi dai 5 denari avrò 7 volte quello che hai tu.*



BK= 7 denari



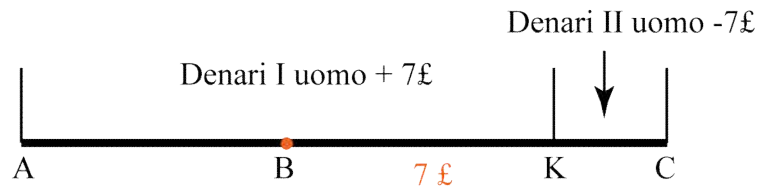
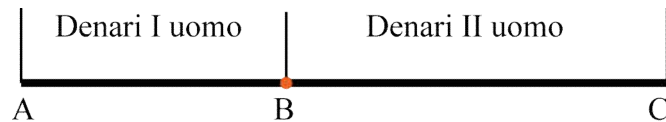
AK=5KC quindi

$$KC = \frac{1}{6} AC$$

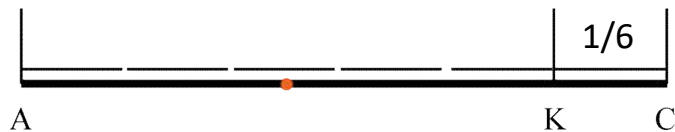
Fibonacci (1175 ca-1235 ca)

Due uomini hanno denaro.

Uno dei due dice all'altro se mi dai 7 denari avrò 5 volte quello che hai tu
e l'altro *dice se mi dai 5 denari avrò 7 volte quello che hai tu.*



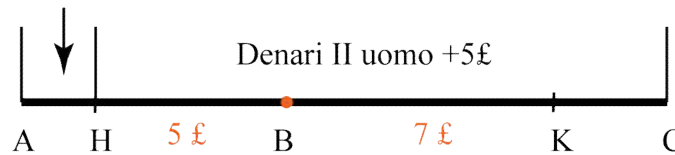
BK= 7 denari



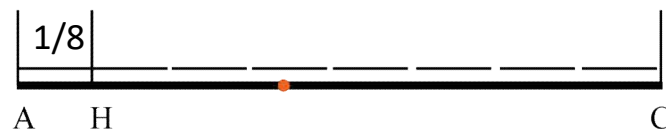
AK=5KC quindi

$$KC = \frac{1}{6} AC$$

Denari I uomo - 5£



BH=5 denari



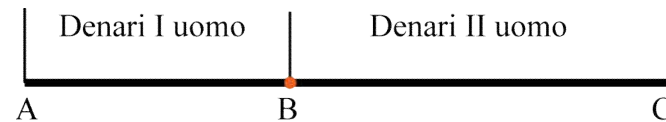
HC=7AH quindi

$$AH = \frac{1}{8} AC$$

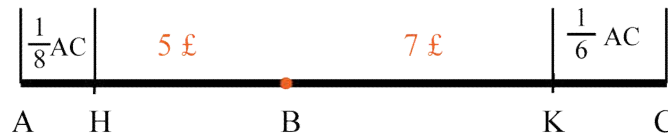
Fibonacci (1175 ca-1235 ca)

Due uomini hanno denaro.

*Uno dei due dice all'altro se mi dai 7 denari avrò 5 volte quello che hai tu
e l'altro dice se mi dai 5 denari avrò 7 volte quello che hai tu.*



Si ritorna al problema dell'albero



C'è un albero del quale $\frac{1}{6}$ e $\frac{1}{8}$ è sotto terra e la parte esterna è 12. Si chiede quanto è lungo l'albero.

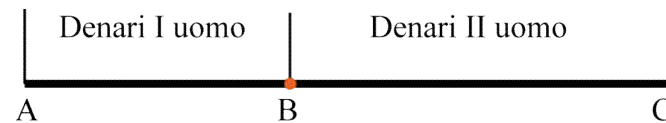
$\frac{7}{24}$ di AC è "sotto terra" quindi la parte esterna è $\frac{17}{24}$ di AC.

$\frac{17}{24}$ di AC = 12 denari quindi $\frac{1}{24}$ di AC = $\frac{12}{17}$ denari

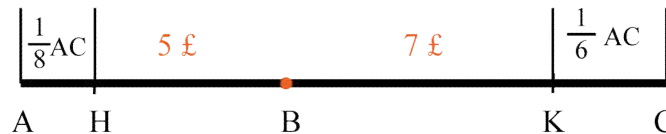
Fibonacci (1175 ca-1235 ca)

Due uomini hanno denaro.

Uno dei due dice all'altro se mi dai 7 denari avrò 5 volte quello che hai tu
e l'altro dice se mi dai 5 denari avrò 7 volte quello che hai tu.



Si ritorna al problema dell'albero



C'è un albero del quale $\frac{1}{6}$ e $\frac{1}{8}$ è sotto terra e la parte esterna è 12. Si chiede quanto è lungo l'albero.

$\frac{7}{24}$ di AC è "sotto terra" quindi la parte esterna è $\frac{17}{24}$ di AC.

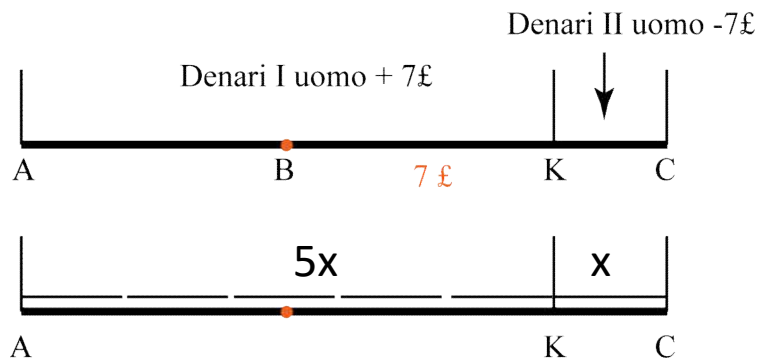
$\frac{17}{24}$ di AC = 12 denari quindi $\frac{1}{24}$ di AC = $\frac{12}{17}$ denari

$\frac{1}{8}$ di AC = $\frac{3}{24}$ di AC = AH = $\frac{36}{17}$ denari, quindi AB = $5 + \frac{36}{17} = 7 + \frac{2}{17}$ denari

$\frac{1}{6}$ di AC = $\frac{4}{24}$ di AC = KC = $\frac{48}{17}$ denari, quindi BC = $7 + \frac{48}{17} = 9 + \frac{14}{17}$ denari

Fibonacci (1175 ca-1235 ca)

Due uomini hanno denaro. Uno dei due dice all'altro se mi dai 7 denari avrò 5 volte quello che hai tu e l'altro dice se mi dai 5 denari avrò 7 volte quello che hai tu.

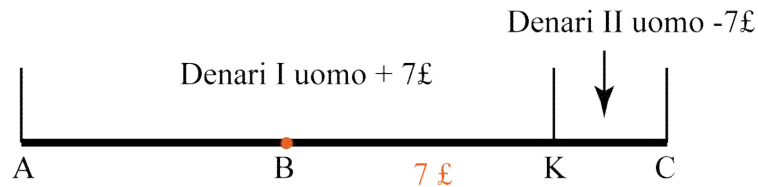


KC = una cosa

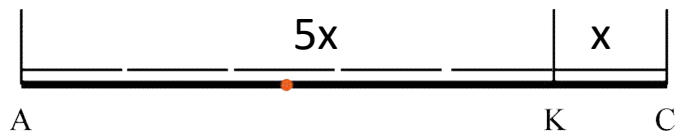
AK = 5 cose

Fibonacci (1175 ca-1235 ca)

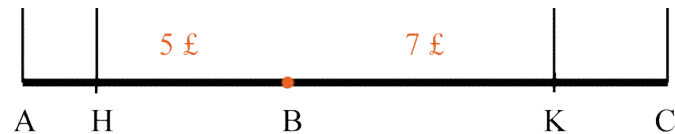
Due uomini hanno denaro. Uno dei due dice all'altro se mi dai 7 denari avrò 5 volte quello che hai tu e l'altro dice se mi dai 5 denari avrò 7 volte quello che hai tu.



KC = una cosa



AK = 5 cose

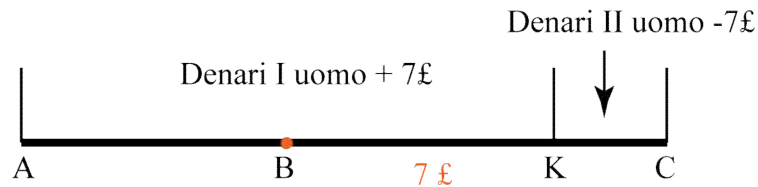


AH = 5 cose – 12 denari ,

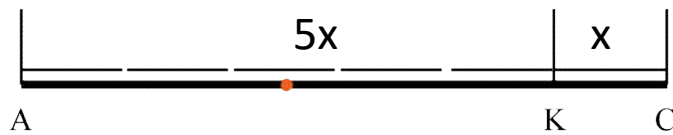
HC = 1 cosa + 12 denari

Fibonacci (1175 ca-1235 ca)

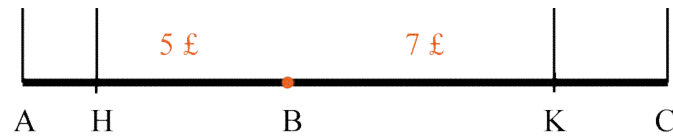
Due uomini hanno denaro. Uno dei due dice all'altro se mi dai 7 denari avrò 5 volte quello che hai tu e l'altro dice se mi dai 5 denari avrò 7 volte quello che hai tu.



KC = una cosa



AK = 5 cose



AH = 5 cose – 12 denari ,

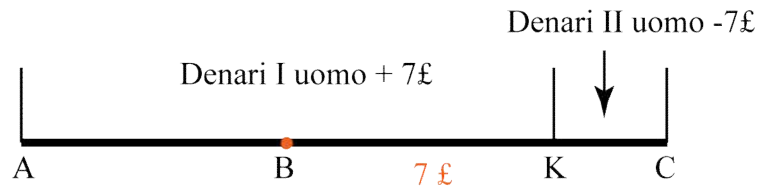
HC = 1 cosa + 12 denari



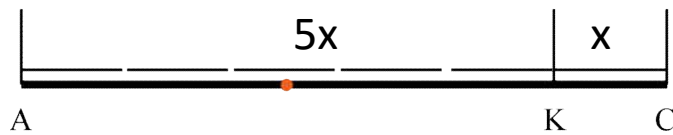
1 cosa + 12 denari è uguale
a 7 volte 5 cose meno 12

Fibonacci (1175 ca-1235 ca)

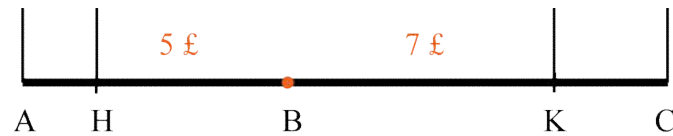
Due uomini hanno denaro. Uno dei due dice all'altro se mi dai 7 denari avrò 5 volte quello che hai tu e l'altro dice se mi dai 5 denari avrò 7 volte quello che hai tu.



KC = una cosa

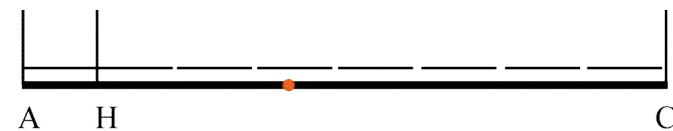


AK = 5 cose



AH = 5 cose – 12 denari ,

HC = 1 cosa + 12 denari



1 cosa + 12 denari è uguale
a 7 volte 5 cose meno 12

una res et denarii 12 sunt septuplum quinque rerum, et de denariis 12.

Fibonacci (1175 ca-1235 ca)

Due uomini hanno denaro. Uno dei due dice all'altro se mi dai 7 denari avrò 5 volte quello che hai tu e l'altro dice se mi dai 5 denari avrò 7 volte quello che hai tu.

una res et denarii 12 sunt septuplum quinque rerum, et de denariis 12.

$$x+12=7(5x-12)$$

$$x+12= 35x -7 \times 12$$

(12 denari equivalgono a 1 soldo)

$$x+1=35x-7$$